

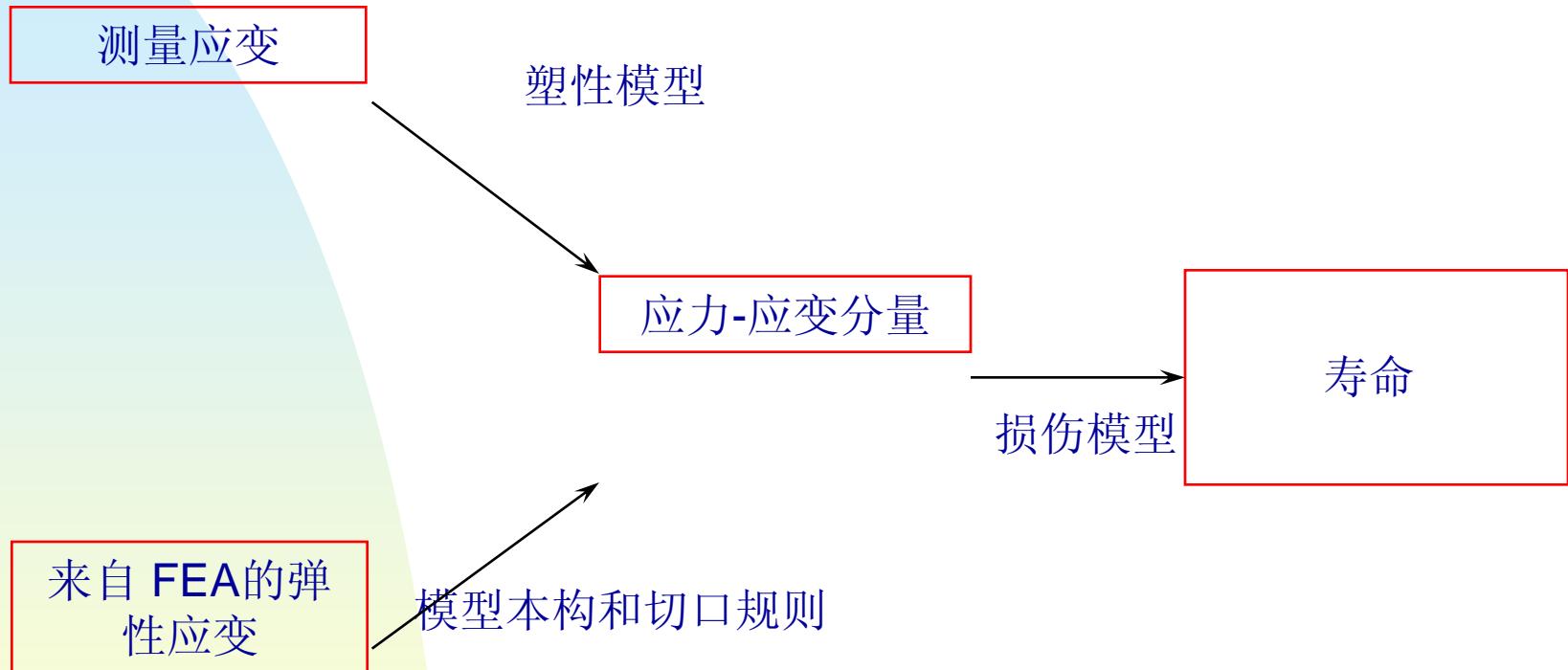
第18章

多轴疲劳

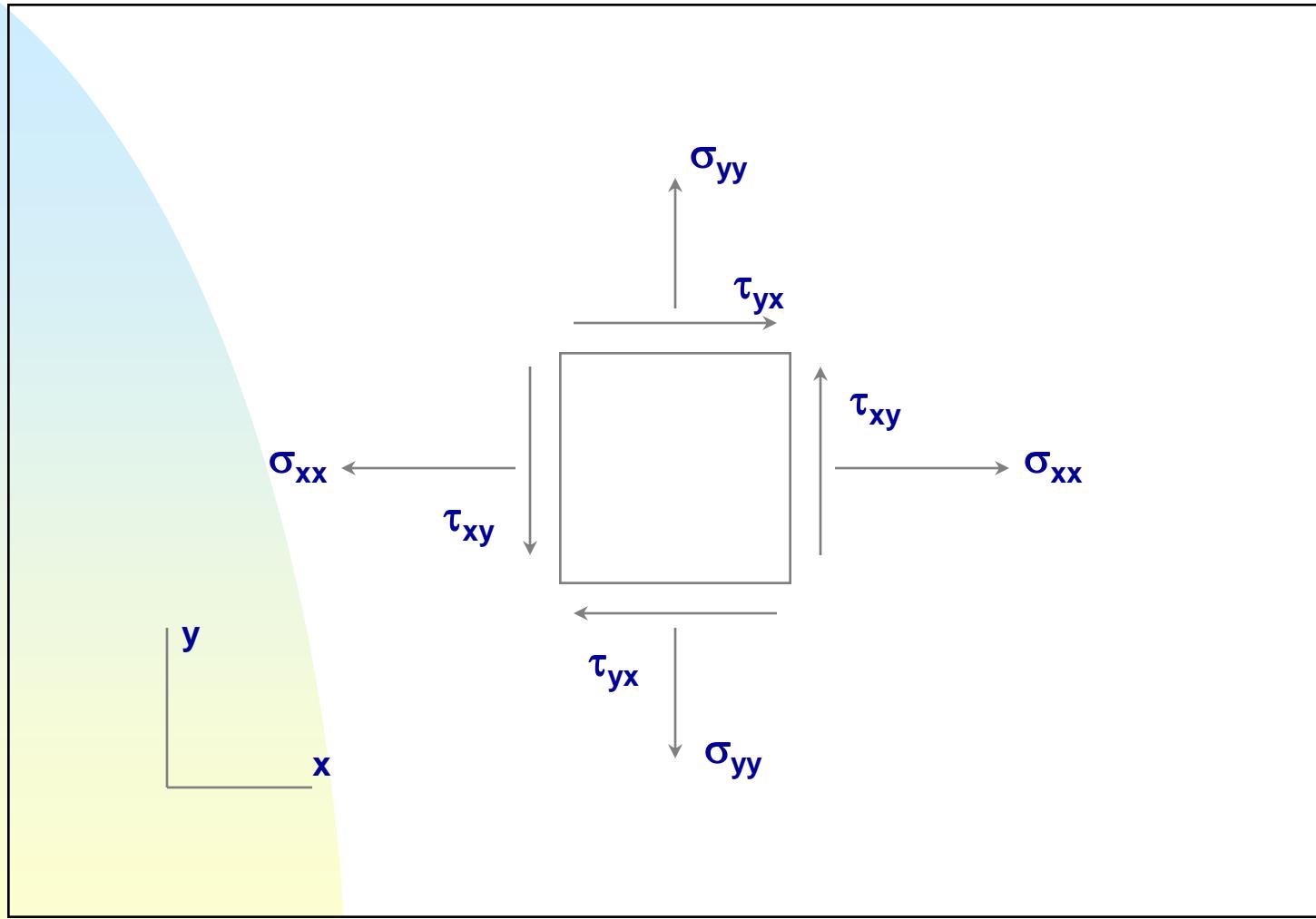
为什么要做多轴疲劳计算?

- 疲劳分析对于重要部件设计开发流程来说越来越重要
- 许多部件受多轴载荷作用,它们中的一些在危险区域也受到多轴载荷作用
- 单轴方法可能给出的结果很差,需要更大的安全系数

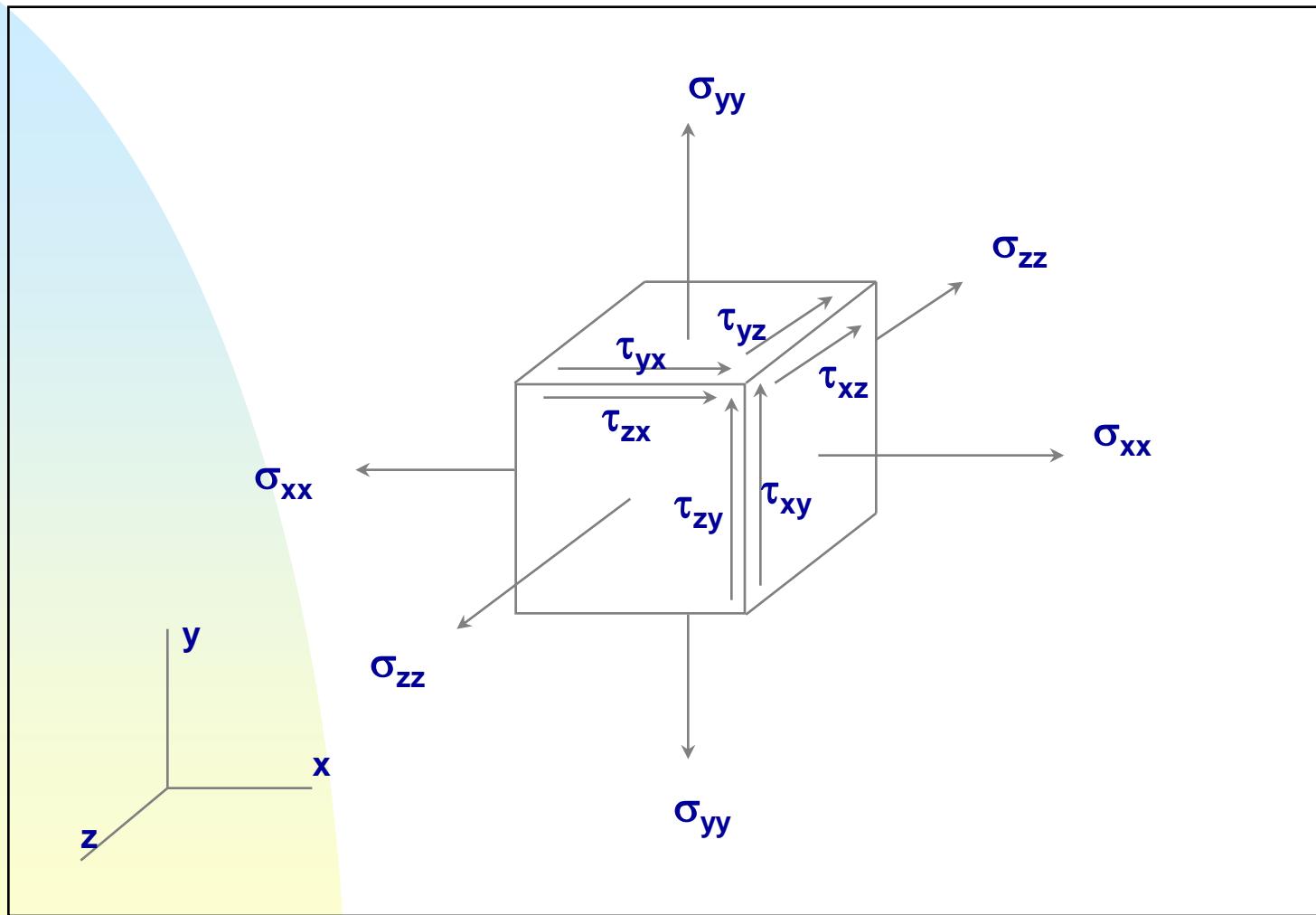
寿命预测的 E-N 方法



2-D 应力状态



3-D 应力状态



应力状态的张量表示

- 应力可以用张量表示
- 对角线上是正应力
- 其它项是剪应力
- 因为要保持平衡,所以它一定对称
- 在自由面所有Z相消失 (z 面的法向).
- 可以写成 σ_{ij}

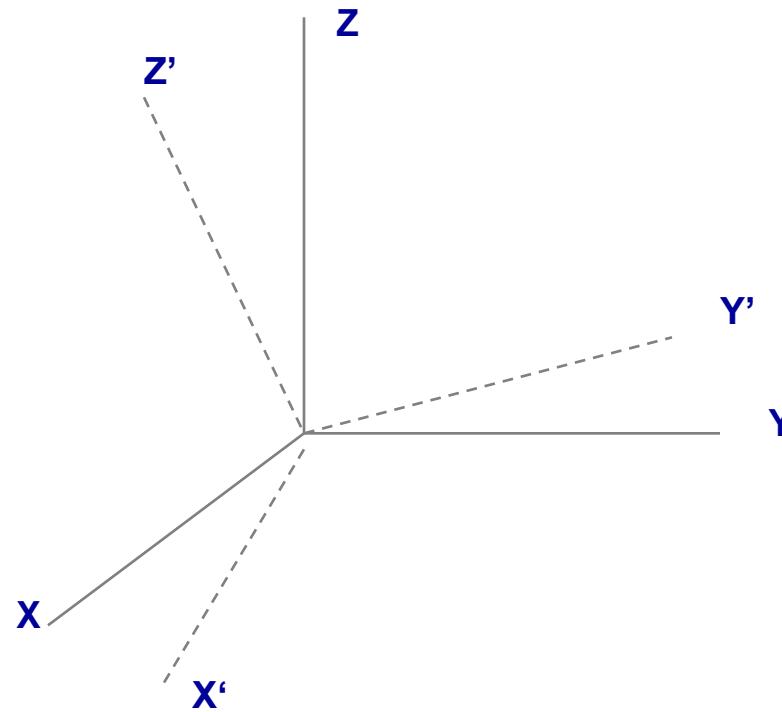
$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

应变张量

- 应变可以写成张量
- 对角线是正应变,其它项是剪应变
- 因为要平衡,所以必须对称
- 剪应变 ϵ_{xy} 是工程应变 γ_{xy} 的一半
- 可以写成 ϵ_{ij}

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

坐标变换



应力张量旋转

- 应力或者应变张量可以通过一个变换矩阵旋转到一个不同的坐标系下
- 这个矩阵包括新坐标轴在原来坐标系下的方向余弦
- 张量左乘这个矩阵和右乘转置矩阵

$$\mathbf{S} = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{T}^T$$
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$$

l_{11}, l_{12}, l_{13} 是 \mathbf{X}' 在原来坐标系下的方向余弦.

主应力 (和应变)

- 主应力轴设置就是非对角线项消失,在这些方向应力达到极值
- 最大剪应变发生在跟主轴成45度位置.
- 主应力可以从下面获得:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3C = 0$$

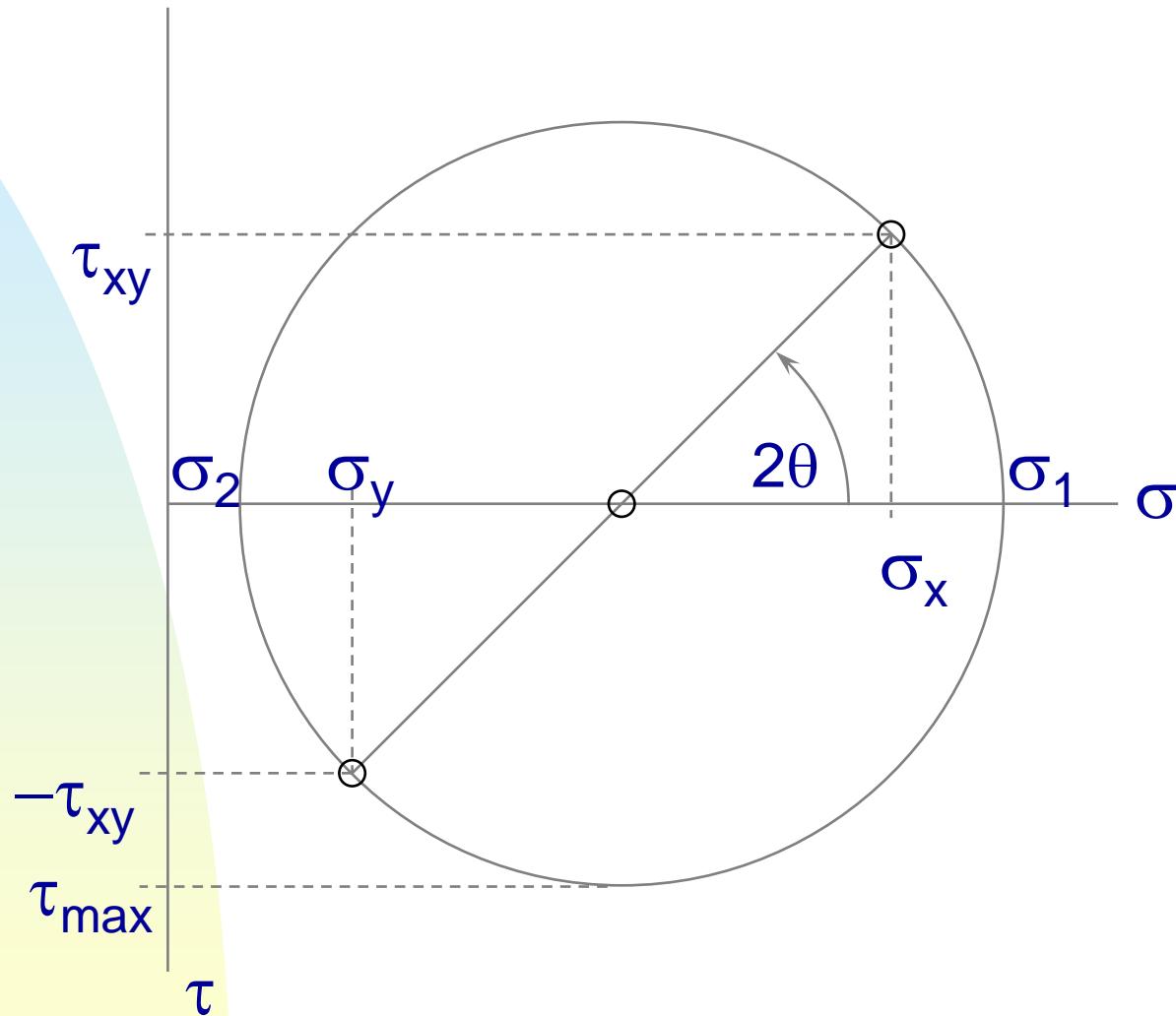
where

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

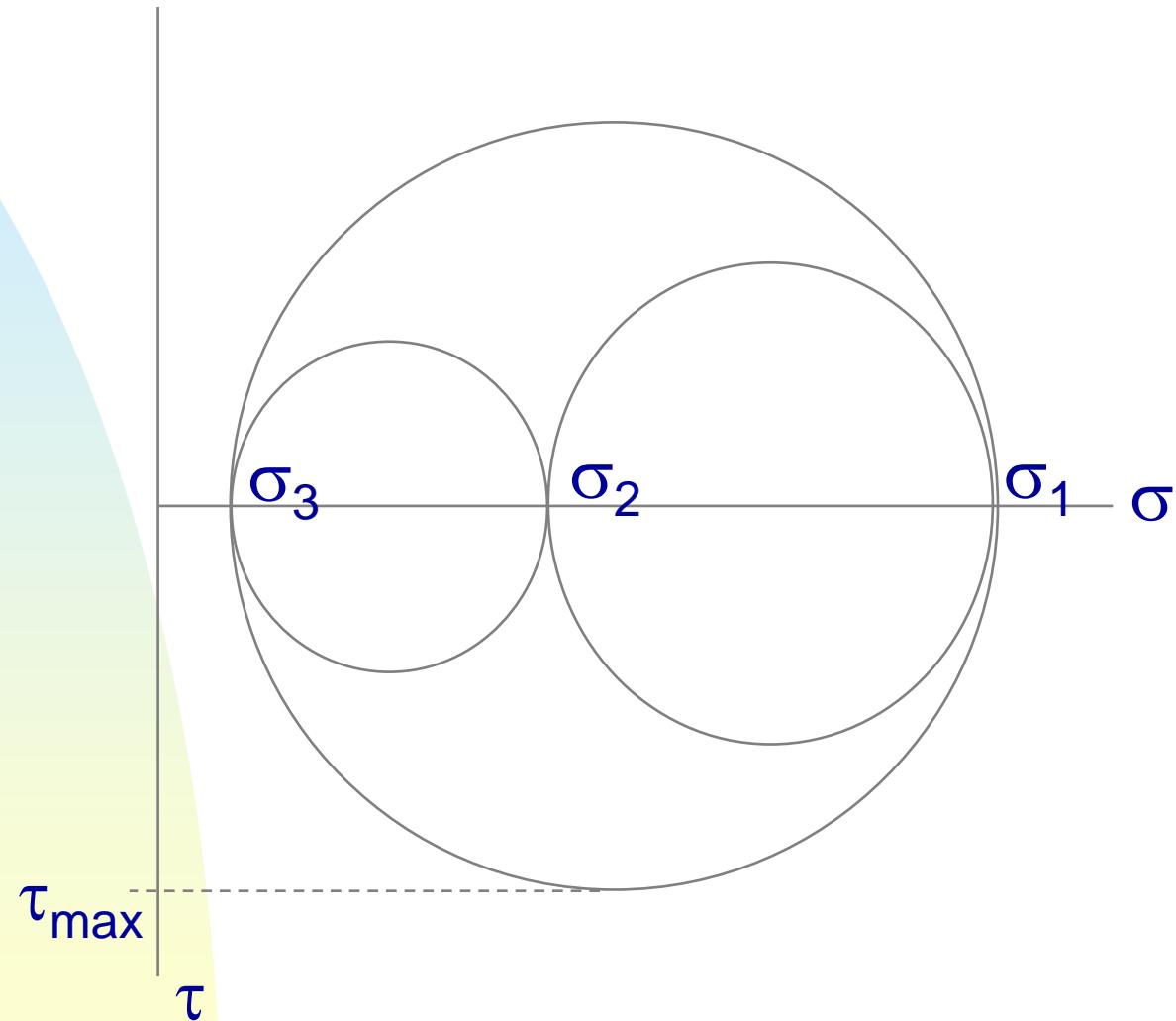
$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2$$

MOHR圆(2D)



三轴应力MOHR圆



3-D HOOKE 定律

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_z + \sigma_x)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

where $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

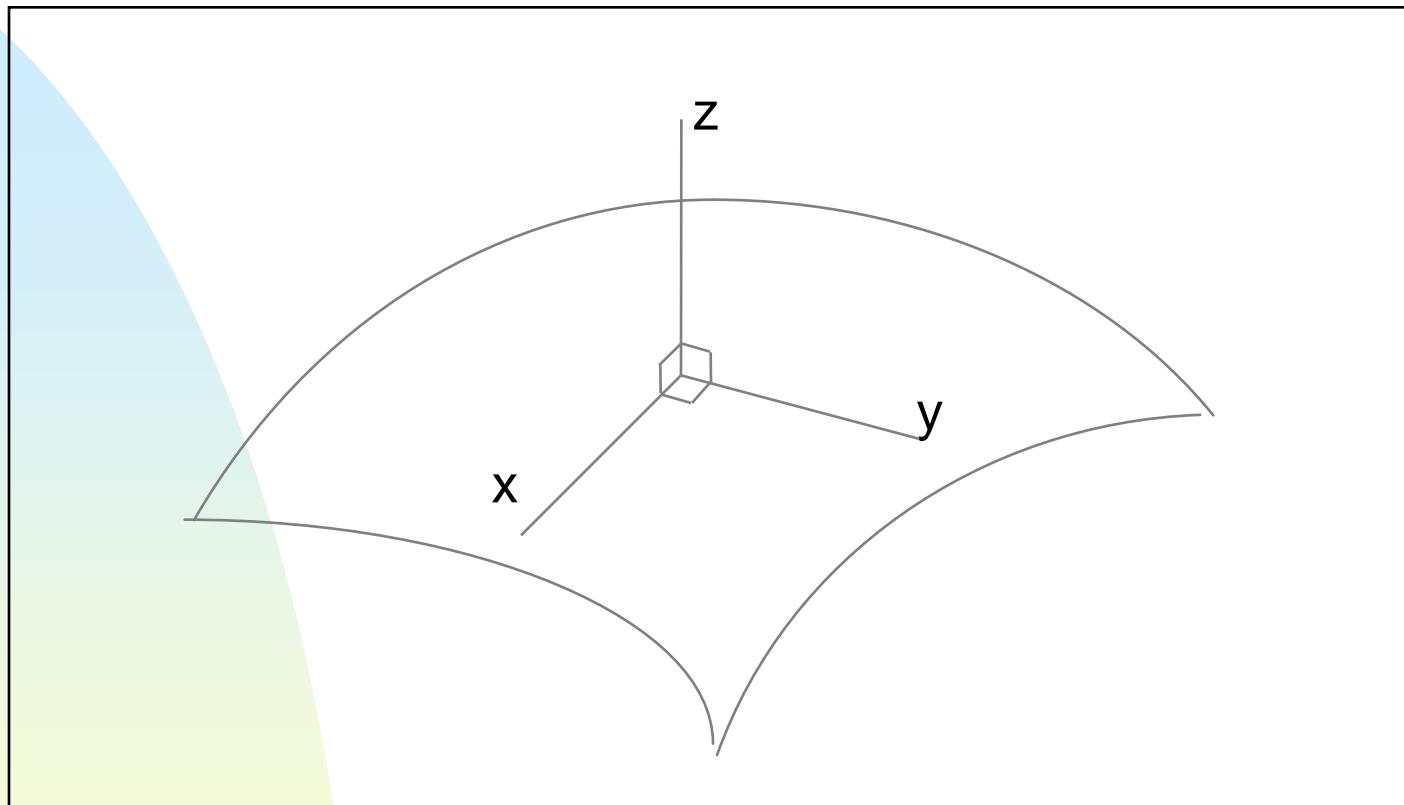
3-D HOOKE 定律

$$\sigma_{xx} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} \} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{xx}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} \} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{yy}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} \} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{zz}$$

自由面应力



自由面应力状态是2轴 - 主应力 σ_1 和 σ_2 (这里 $|\sigma_1| > |\sigma_2|$) 位于 x-y 平面

多轴评估

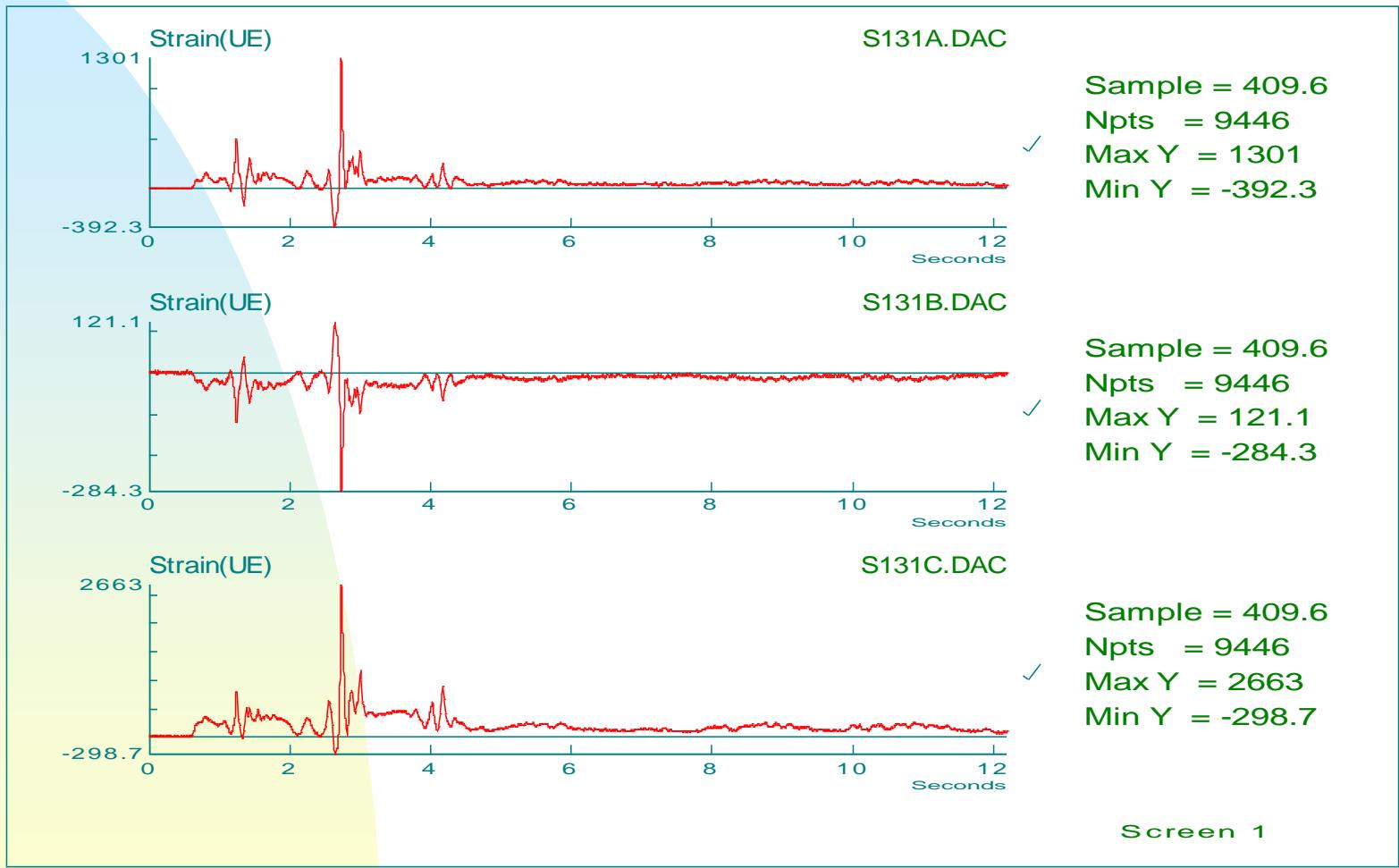
■ 主应力比或者双轴比：

$$a_e = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

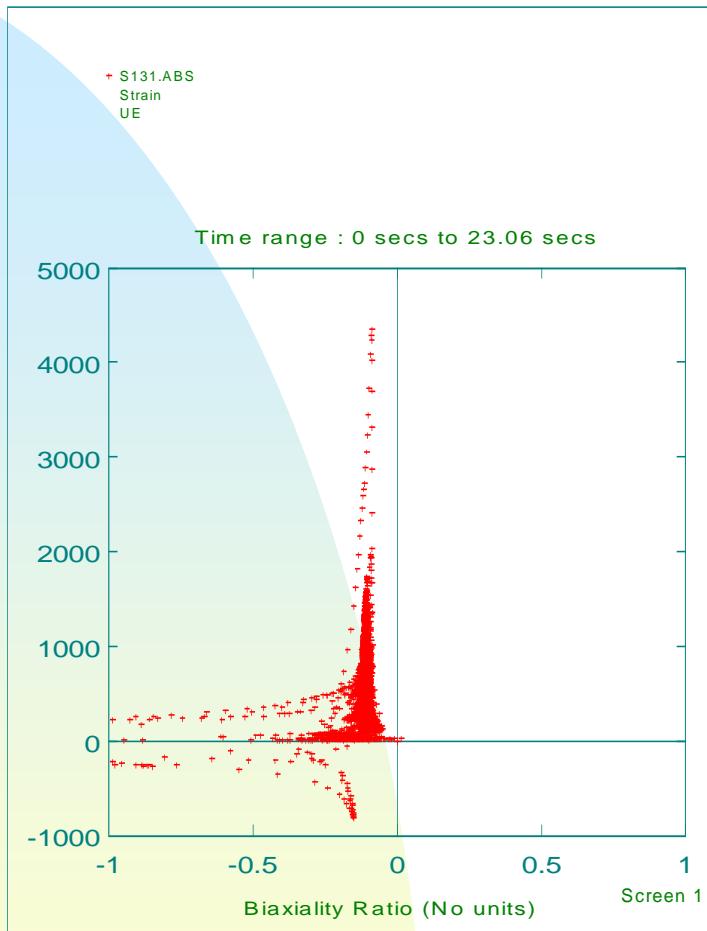
- ◆ 应力状态可以用主应力比和它们的方向角表征
- ◆ 如果方向和比率是不变,那么载荷是比例加载.
- ◆ 否则载荷不是比例加载
- ◆ 双轴分析:

- $a_e = -1$: 纯剪
- $a_e = +1$: 等效双轴
- $a_e = 0$: 单轴

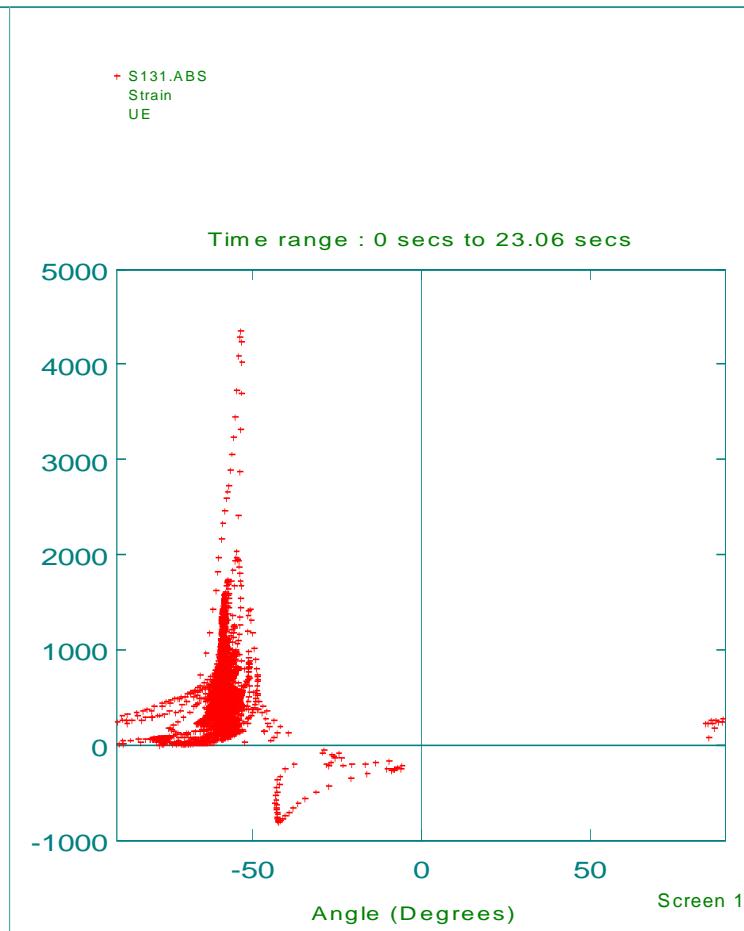
实例: 近比例加载



实例: 近比例加载



双轴比 vs. σ_1

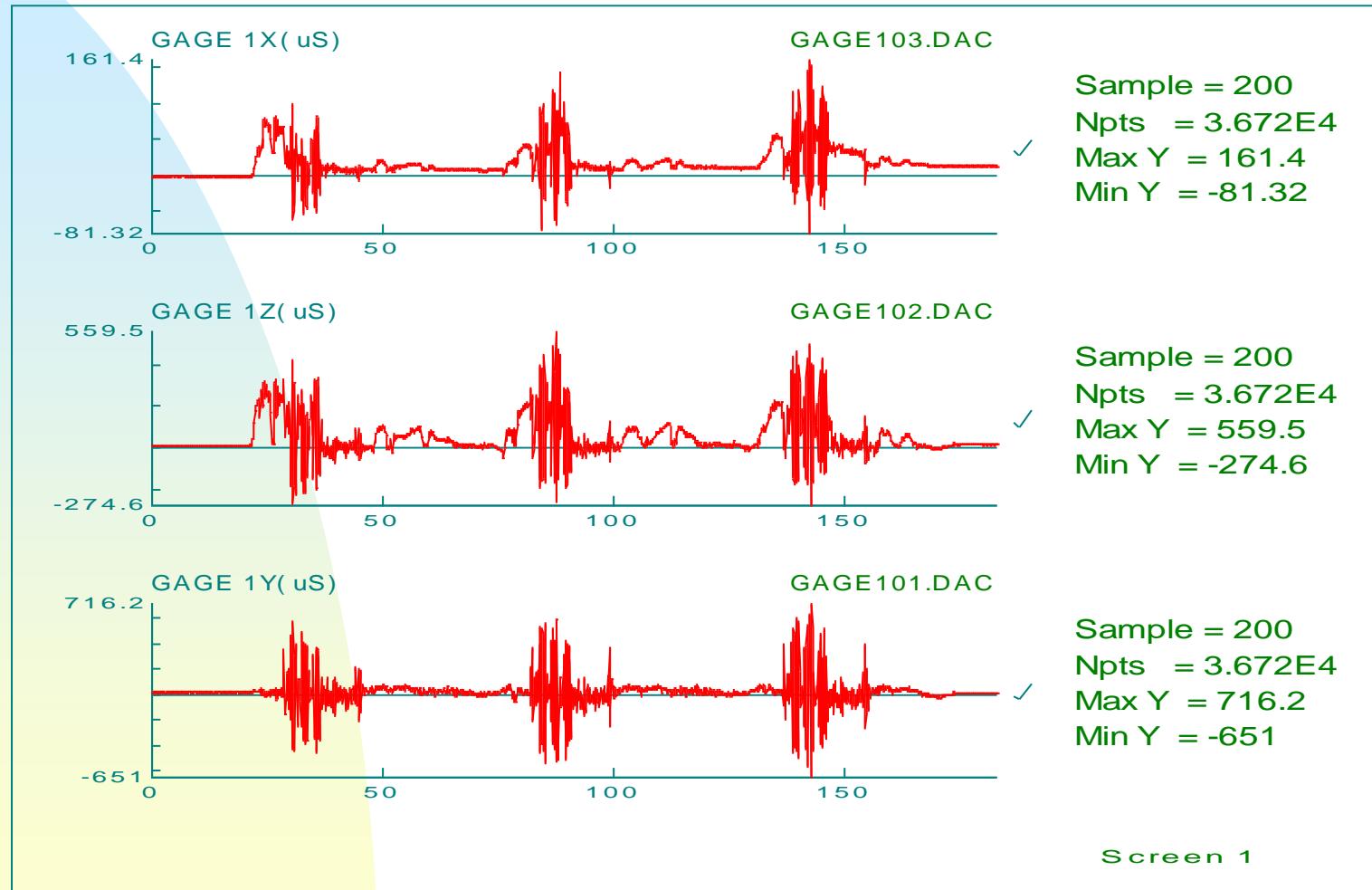


方向角vs. σ_1

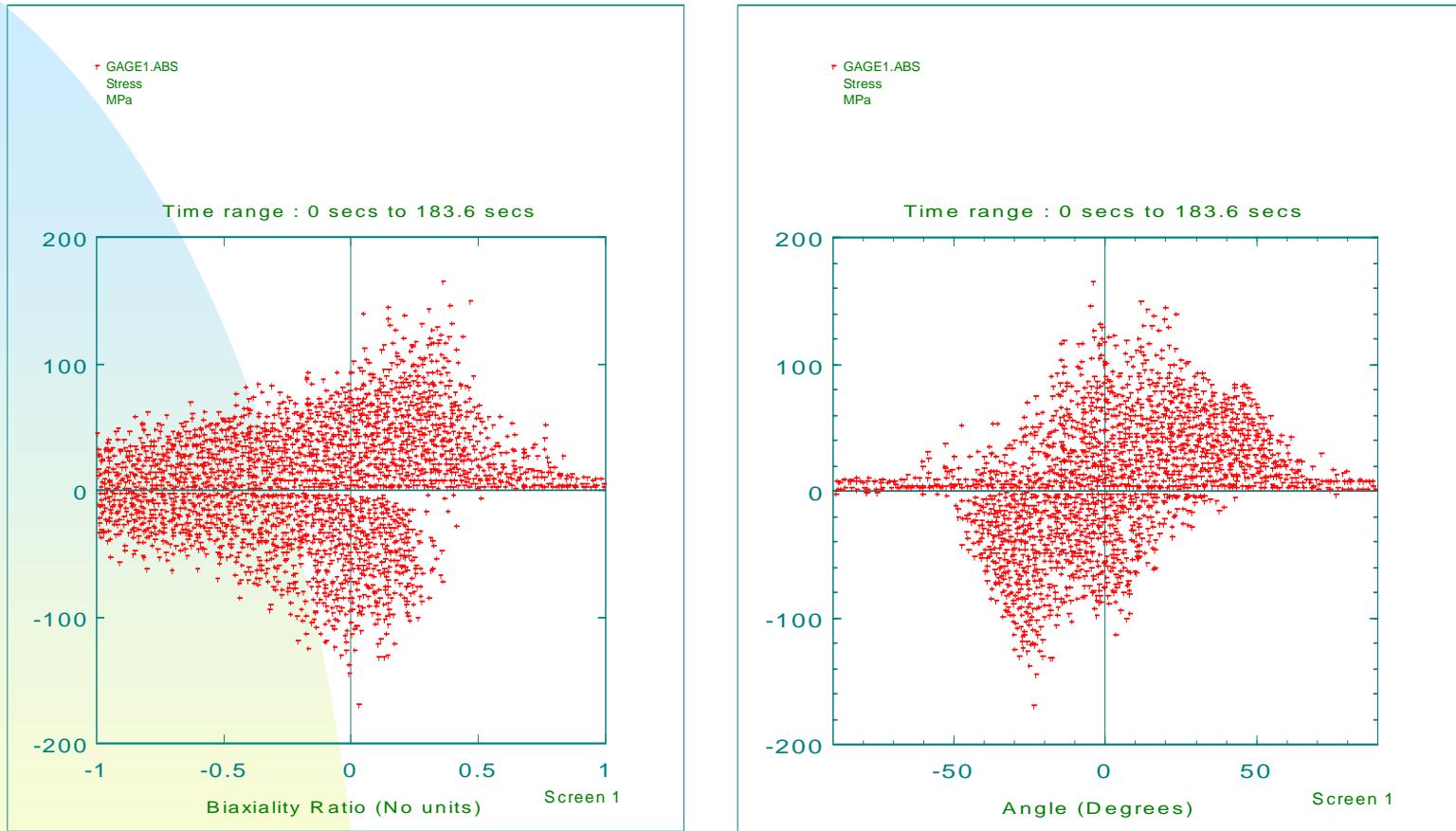
实例: 近比例加载

- 前面页的左图表示主应力比近似固定在0.4左右,特别是如果忽略小应力.
- 前页右图显示主应力方向或多或少固定的.
- 这个是有效的比例加载
(这些计算近似弹性)

实例: 非比例加载



实例: 非比例加载



σ_1 和 σ_2 . 比率和方向都有相当的变化:非比例加载

多轴对塑性,切口模型和损伤模型的影响

单轴

比例多轴

非比例多轴

ϕ_p	a
ϕ_p 常量	$a = 0$
ϕ_p 常量	$-1 < a < +1$
ϕ_p 可以变化	可以变化

困难增加
(and Rarity)

OK

需要
技巧

信心降低

偏应力

偏应力在多轴疲劳特别是有塑性情况是一个有用的概念. 偏应力是应力偏离静水压力的分量.

$S_{x,y,z}$ 由下面给出:

$$\begin{aligned}S_x &= \sigma_x - P_h \\S_y &= \sigma_y - P_h \\S_z &= \sigma_z - P_h\end{aligned}$$

静水压力 P_h 是一个不变量:

剪应力不变

$$P_h = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

屈服准则

当应力状态不是单轴,一个屈服点是不够的. 需要多轴准则. 最通用的准则是von Mises屈服准则. 所有的通常的屈服准则都认为静水压力不起作用. 也就是屈服准则是偏应力的函数. von Mises准则基于变形能力-可以用主应力表达:

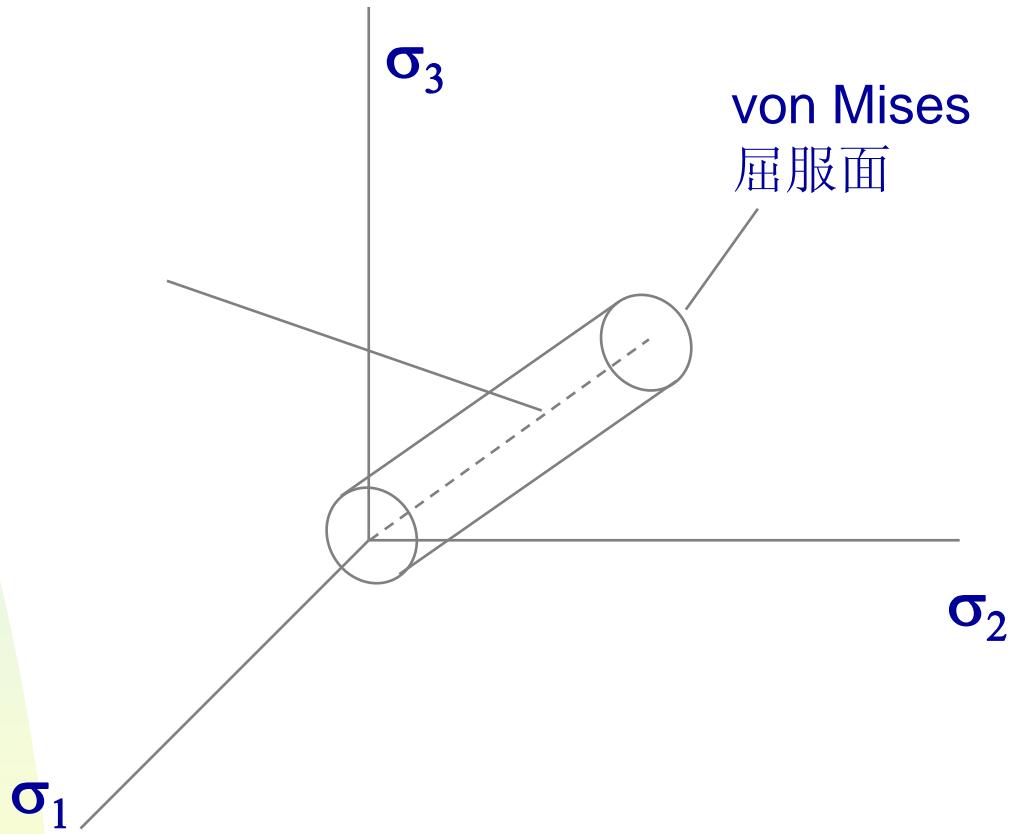
$$(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) = \frac{3\sigma_y^2}{2} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_y$$

Tresca 准则表达为:

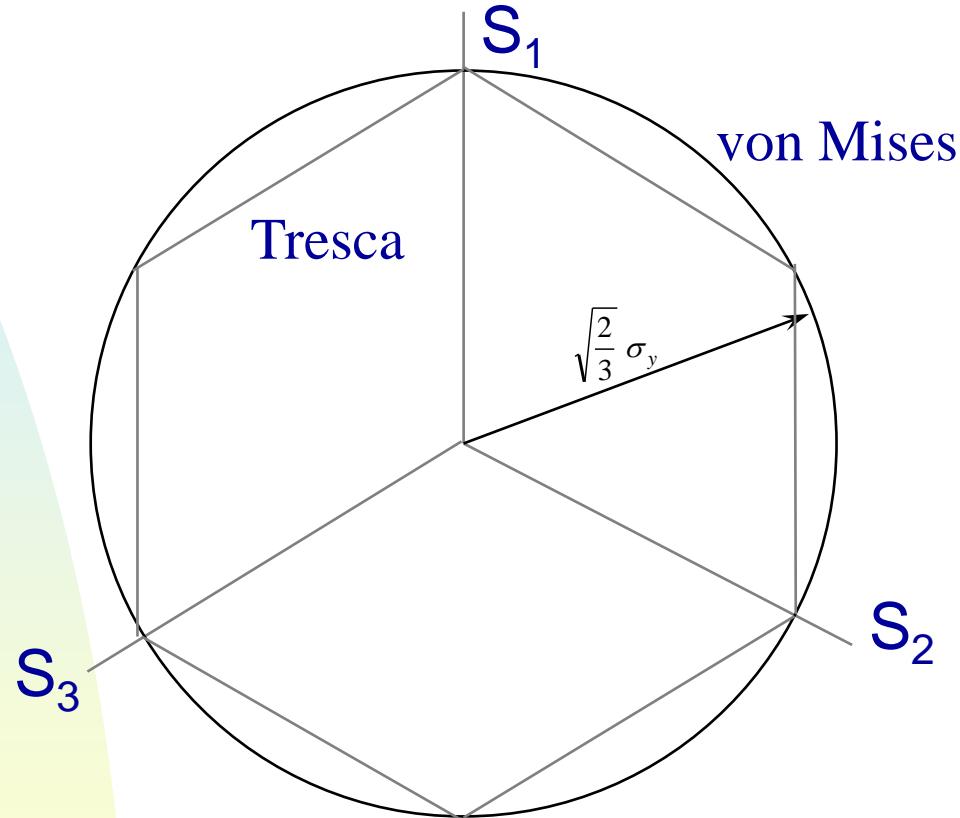
$$\tau_{\max} = \max \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}, \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \right] = \frac{\sigma_y}{2}$$

VON MISES 屈服准则

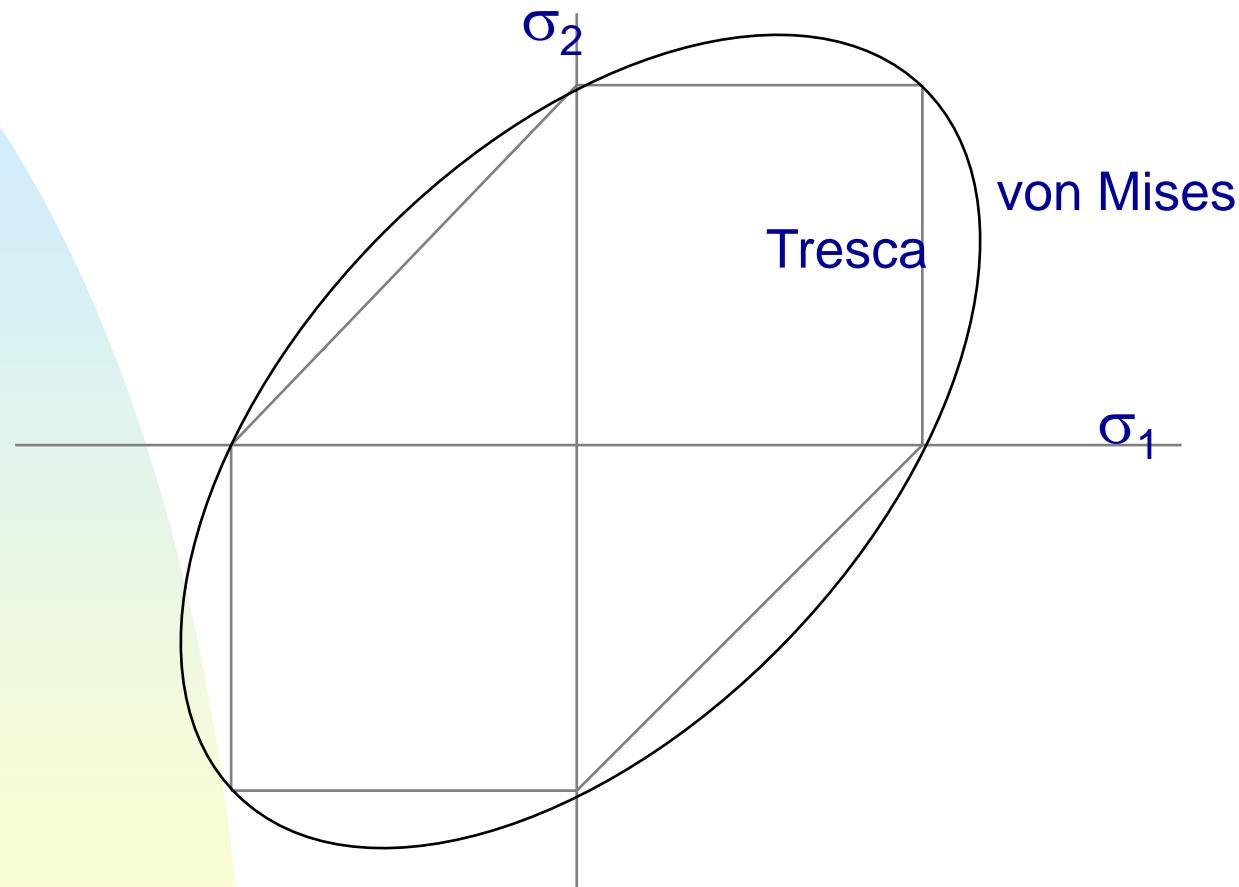
静水压力



VON MISES 和 TRESCA 在偏应力空间



VON MISES 和 TRESCA 在主应力轴



等效应力和应变方法

在组合应力下拓展屈服准则到疲劳问题

等效应力和应变方法

- 它们没有考虑大家知道的事实疲劳断裂发生在特定的方向面.宁愿采用平均应力和应变的方法去获得失效准则而不管裂纹初始方向.
- Tresca 和 von Mises 对静水压力和应变不敏感
- 它们没有考虑平均应力
- 它们不真正处理应力和应变不协调

一些等效应力和应变准则

- 最大主应力

$$\sigma_1 = \sigma_{eq}$$

- 最大主应变

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{eq}$$

- 最大剪应力 (Tresca Criterion)

$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right| = \tau_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{2}$$

- 剪应变 (Tresca)

$$\left| \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \right| = \frac{\gamma_{max}}{2} = \frac{(1 + \nu)\varepsilon_{eq}}{2}$$

- von Mises 应力

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_{eq}$$

- von Mises 应变

$$\frac{1}{(1 + \nu)\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} = \varepsilon_{eq}$$

- ν 可以从这里来:

$$\nu = \frac{\nu_e \varepsilon_e + \nu_p \varepsilon_p}{\varepsilon_e + \varepsilon_p}$$

S-N用等效应力

- 单轴 的Basquin 方程
- 用最大主应力绝对值
- 用最大剪应力
- 用 von Mises

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^p$$

$$\frac{\Delta\sigma_1}{2} = \sigma'_f (2N_f)^p$$

$$\frac{\Delta\tau_{\max}}{2} = \frac{\sigma'_f}{2} (2N_f)^p$$

$$\frac{\Delta\sigma_{VM}}{2} = \sigma'_f (2N_f)^p$$

E-N用等效应变

- 单轴Coffin-Manson-Basquin 方程

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\dot{\sigma}_f}{E} \left(2N_f\right)^b + \dot{\varepsilon}_f \left(2N_f\right)^c$$

- 用绝对值的最大主应变

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{\dot{\sigma}_f}{E} \left(2N_f\right)^b + \dot{\varepsilon}_f \left(2N_f\right)^c$$

- 适合扭转的

$$\frac{\Delta \gamma}{2} = \frac{\dot{\tau}_f}{G} \left(2N_f\right)^b + \dot{\gamma}_f \left(2N_f\right)^c$$

- 如果我们假设主应力/应变准则

$$\sigma_1 = \tau \text{ and } \varepsilon_1 = \frac{\gamma}{2}, \quad so \quad \frac{\Delta \gamma}{2} = \frac{\dot{\sigma}_f}{G} \left(2N_f\right)^b + 2\dot{\varepsilon}_f \left(2N_f\right)^c$$

E-N 用应变描述 (CONT.)

- 同样地基于Tresca准则.....

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{\sigma_f'}{2G} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \dot{\varepsilon}_f (2N_f)^c$$

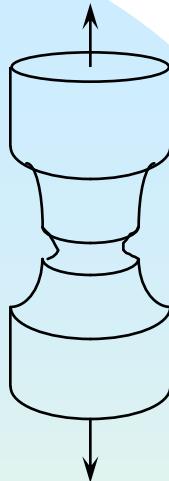
- 基于von Mises准则

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{(1 + \nu_e) \sigma_f'}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \dot{\varepsilon}_f (2N_f)^c$$

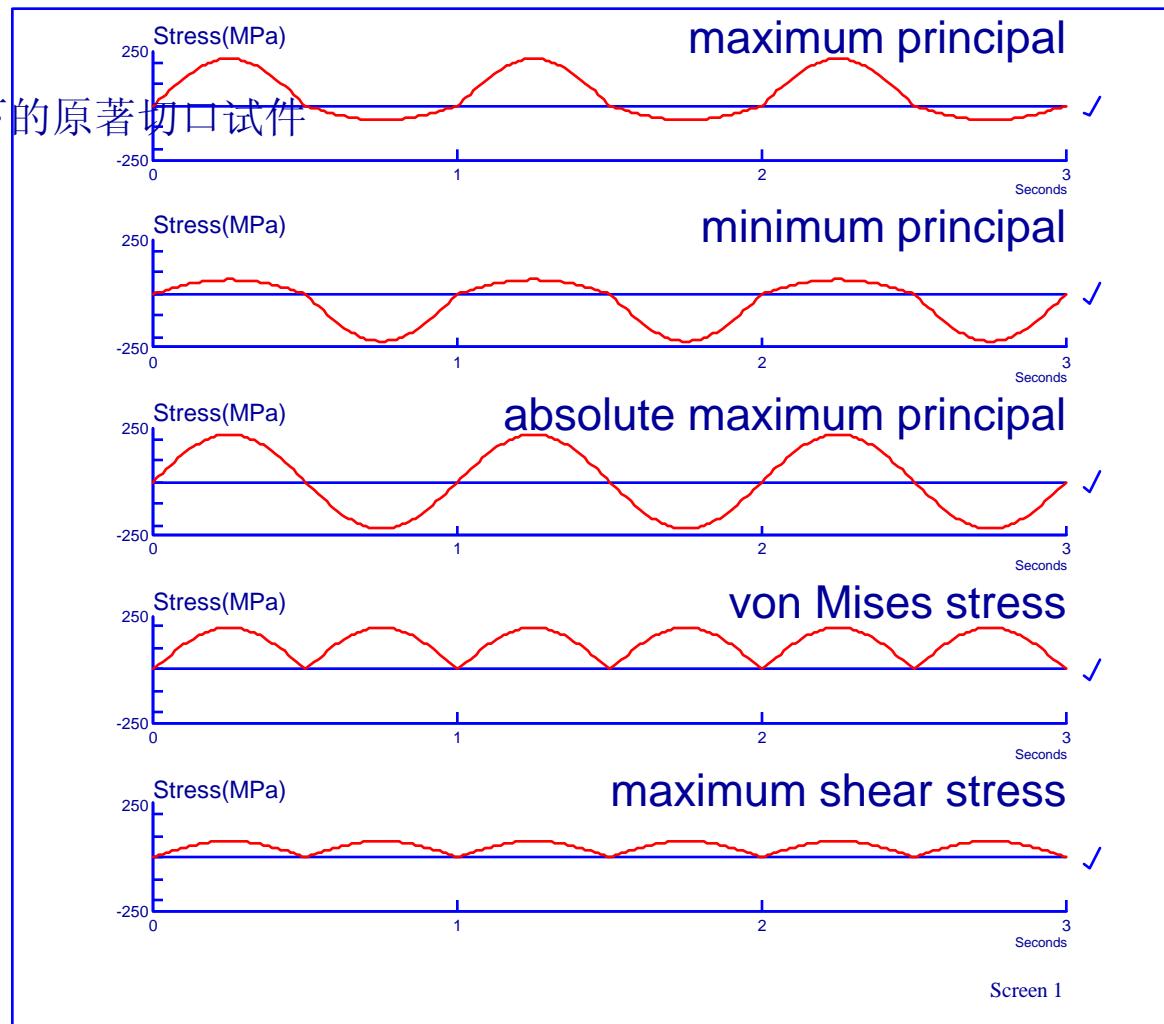
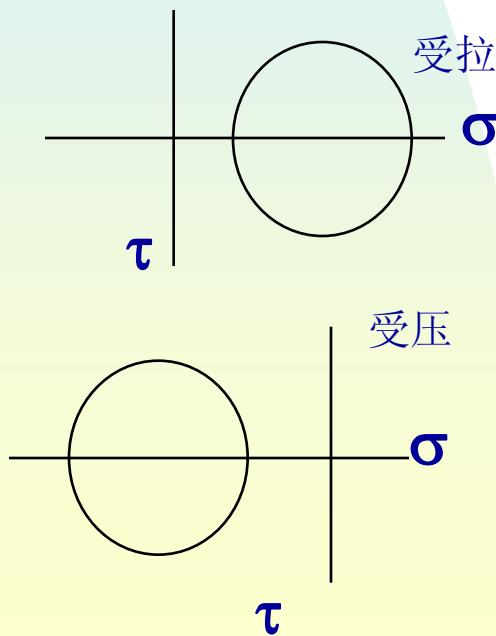
- 同样的

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = \frac{2(1 + \nu_e) \sigma_f'}{\sqrt{3} E} (2N_f)^b + \sqrt{3} \dot{\varepsilon}_f (2N_f)^c$$

信号所需要的



单轴正弦载荷作用下的原著切口试件



用3个等效应变理论来预测扭转应变寿命系数 (用单轴疲劳常数)

扭转应变寿命曲线系数 Torsional Strain-Life curve Coefficient	τ'_f	γ'_f
VonMises 应力/应变 Stress/Strain	$\frac{\sigma'_f}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3} \cdot \varepsilon'_f$
最大主应力/应变 Stress/Strain	σ'_f	$2 \cdot \varepsilon'_f$
最大剪应力/应变	$\frac{\sigma'_f}{2}$	$1.5 \cdot \varepsilon'_f$

如果你比较这些单轴和扭转的结果,这些应力和应变的不同因子到可以达到

等效应变方法的评论

- 它们没有考虑大家知道的事实疲劳断裂发生在特定的方向面.宁愿采用平均应力和应变的方法去获得失效准则而不管裂纹初始方向.
- Tresca 和 von Mises 对静水压力和应变不敏感
- 它们没有考虑平均应力
- 它们不真正处理应力和应变不协调

等效应力方法用于非协调载荷(轴向和扭转)-加 载实例:

- 轴向应力:

$$\sigma_x = \sigma \sin \omega t$$

- 剪应力:

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \cos \omega t$$

- Von Mises 应力:

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 6\tau_{xy}^2 \right)$$

$$= \sigma \quad (\text{无交变应力})$$

= 无疲劳损伤?

- 有符号的Von Mises应力将预测损伤,但是它低估损伤 (非保守)

ASME 压力容器代码

- 这种方法基于相对Von Mises应变-等效用于比例加载的有符号的Von Mises应变
- ASME 压力容器代码用等效应变参数
- 无路径依赖
- 非保守对于非比例加载Non-conservative for non-proportional loading
- 不定向性
- 对静水压力不敏感

$$\Delta\varepsilon_{eq} = \text{MAX(wrt. time)} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22})^2 + (\Delta\varepsilon_{22} - \Delta\varepsilon_{33})^2 + (\Delta\varepsilon_{33} - \Delta\varepsilon_{11})^2 + 6(\Delta\varepsilon_{12}^2 + \Delta\varepsilon_{23}^2 + \Delta\varepsilon_{31}^2)} \right\}$$

用于比例加载的简单方法

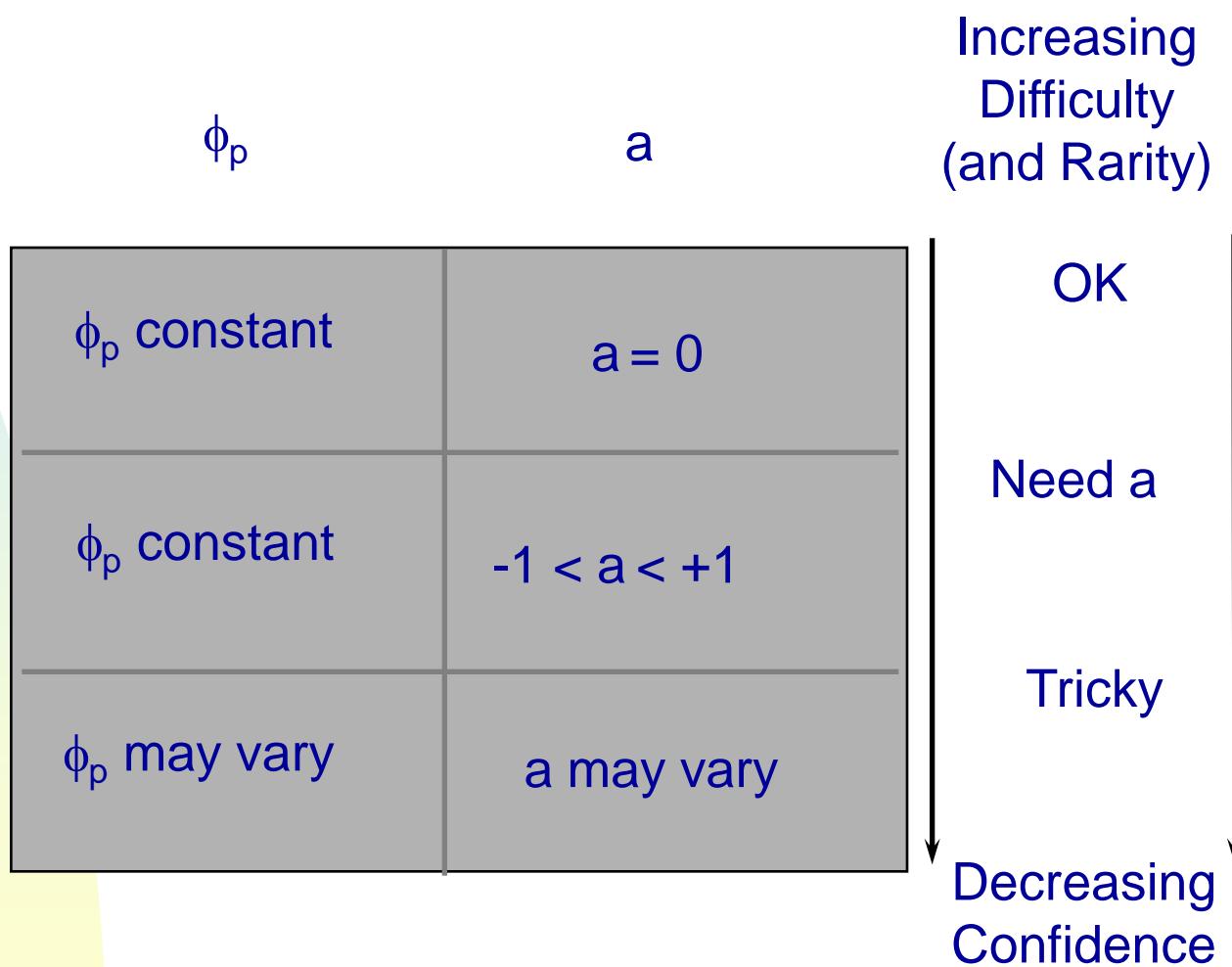
	$-1 < a < 0$	$a \sim 0$	$0 < a < 1$
应力准则	绝对最大主	绝对最大主	绝对最大主
应变准则	绝对最大主	任何	Tresca

多轴对塑性,切口模型和损伤模型的影响

Uniaxial

Proportional
Multiaxial

Non-Proportional
Multiaxial



比例加载的切口规则

- 当载荷不再是单轴,单轴应变曲线是不够的
- 两种用于这个问题的方法是参数修改法:Klann, Tipton and Cordes, 和 the Hoffmann-Seeger.
- 两个方法拓展了von Mises准则去展示屈服特性
- 两种方法都假定主轴不变和应力或应变比不变

参数修改方法 (KLANN-TIPTON-CORDES)

用 Ramberg-Osgood 公式定义循环应力-应变曲线：

主应变比 $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ 在这个工况假定是常量

$$\varepsilon_q = \frac{\sigma_q}{E} + \left(\frac{\sigma_q}{K'} \right)^{1/n'}$$

通过下面计算双轴比例：

数字化这个应力-应变曲线和用下面公式计算每点的泊松比

：

$$a = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + \nu'}{1 + \nu' \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$$\nu' = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \nu_e \right) \frac{\sigma_q}{E \varepsilon_q}$$

修改参数方法 (KLANN-TIPTON-CORDES) CONT.

主应力和主应变的值可以从下面公式计算:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_q \frac{1 - \nu' a}{\sqrt{1 - a + a^2}}$$

$$\sigma_1 = \sigma_q \frac{1}{\sqrt{1 - a + a^2}}$$

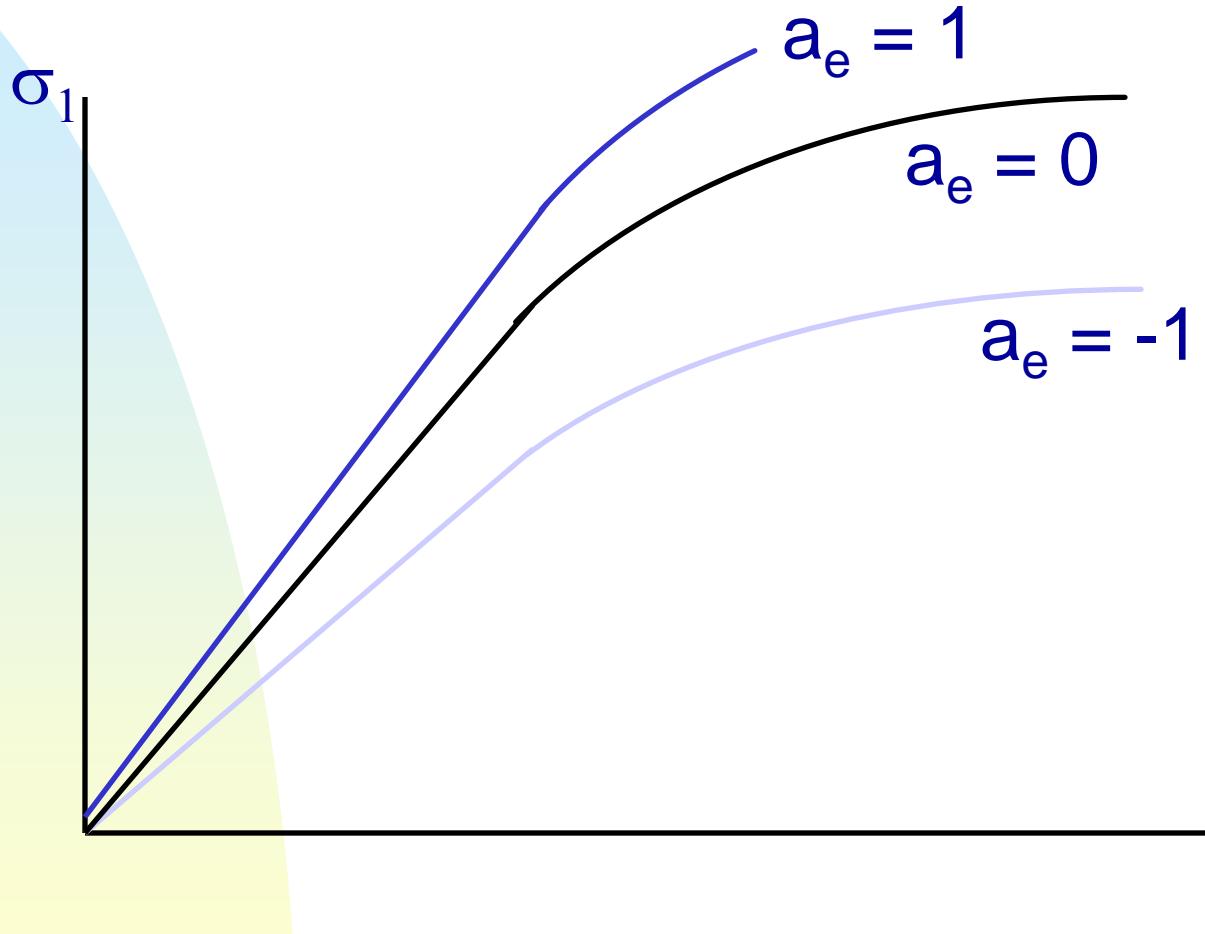
用下面公式计算修改参数:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E^*} + \left(\frac{\sigma_1}{K^*} \right)^{\frac{1}{n}}$$

修改系数显然可以从下面公式计算得到:
:

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu_e a_e}$$

修改的应力应变曲线参数



HOFFMAN 和 SEEGER 方法

从组合应变计算 Von Mises 等效应变, 例如:

$$\varepsilon_{q,e} = \varepsilon_{1,e} \frac{\sqrt{1 - a_e + a_e^2}}{1 - a_e \nu_e}$$

Neuber 修正用这个公式:

$$\sigma_q \varepsilon_q = E \varepsilon_{q,e}^2$$

就参数修改方法来说有效的泊松比计算是这样的:

a, σ, ε_1 and $\varepsilon_2 / \varepsilon_1$

HOFFMAN AND SEEGER METHOD CONT.

其它必需的应力应变从下面计算:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_q \frac{v'(1+a)}{\sqrt{1-a+a^2}}$$

$$\sigma_2 = a \sigma_1$$

这些可以用于计算其它的组合参数如:有符号
Tresca

拓展 NEUBER 到非比例加载

- 这个主题很重要,因为它允许基于弹性FE结果预测非比例多轴加载
- 目的是从伪弹性应力或应变历程中预测弹塑性应力-应变响应系列
- 有必要组合多轴塑性模型和增量切口修正处理公式和做一些其它假设

BUCZYNSKI-GLINKA 切口方法

- Neuber 方法仅仅适合单轴或者比例加载
- 当载荷是非比例和应力-应变响应是路径依赖,必须用增量版本代替原来的

$$\sigma \epsilon = \sigma_e \epsilon_e$$



$$\sigma_{ij}^e \Delta \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^e \Delta \sigma_{ij}^e = \sigma_{ij}^N \Delta \epsilon_{ij}^N + \epsilon_{ij}^N \Delta \sigma_{ij}^N$$

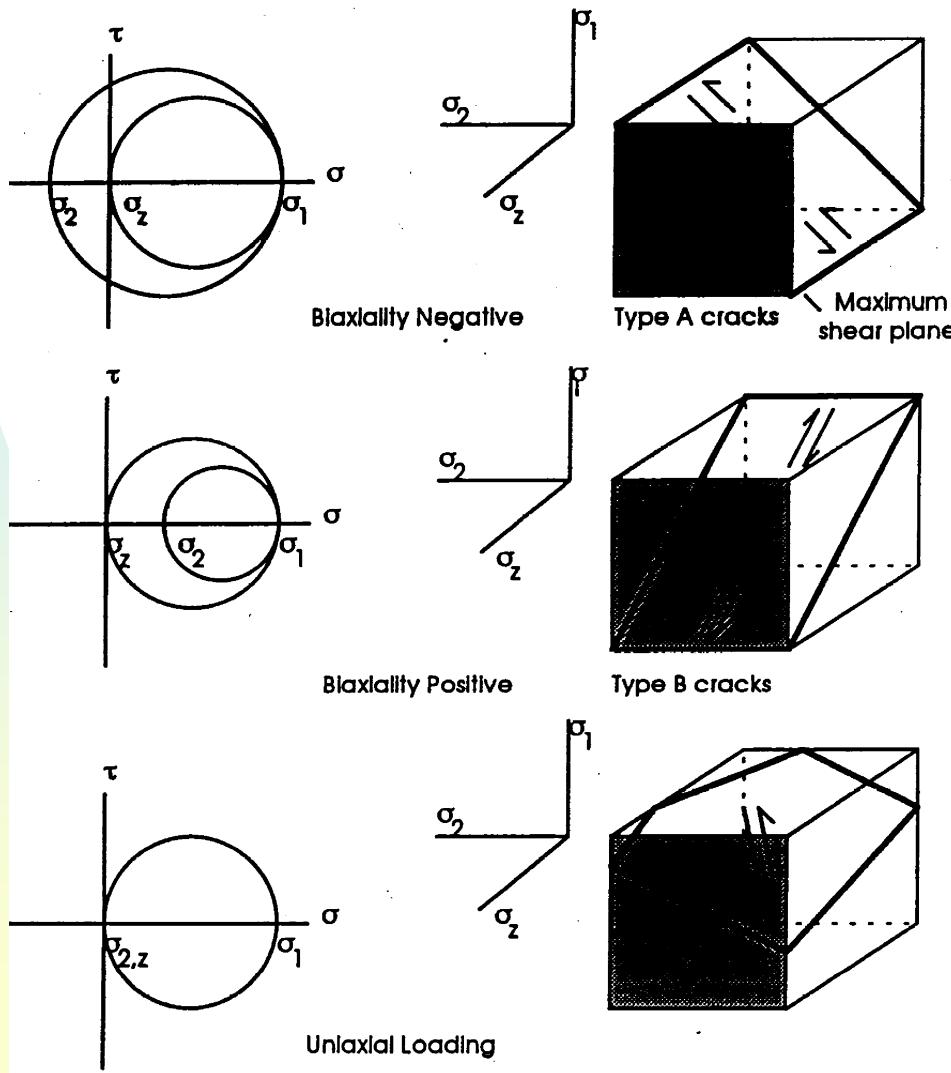
BUCZYNSKI-GLINKA 方法

- 这个方法用于组合塑性多轴模型,如Mroz-Garud 模型
- 另外还有几个假设,例如:应变,应力比或者全应变能在一定方向上弹性和弹塑性是相同的. Glinka-Buczynski 用全应变能
- 这些假设中的一个求解方程式必需的

当载荷不是单轴会出现什么情况?

- 对于比例加载需要一个不同的循环应力-应变曲线
- 对于非比例加载,仅一个一维的循环塑性模型是不够的
- Neuber 方法不适合非比例加载
- 单轴雨流计数不适合非比例加载
- 简单组合应力-应变参数不能充分预测损伤

裂纹扩展方向



裂纹扩展方向

- 当双轴比为负(类型A),最大剪切面也就是裂纹初始发生趋向,如前页图所示.
 - ◆ 类型A的裂纹开始的初期在过渡到模型1 垂直最大主应力轴前主要沿着模型2(剪切)的面增长.
- 当双轴比为负时,裂纹朝厚的方向驱动.
 - ◆ 这些就有更多相同于剪应变级的损伤.
- 单轴加载是一个特殊工况.

多轴疲劳理论

■ 下面展示裂纹开始情形::

- ◆ 滑动沿着最大剪切面,以鱼叉形开始顺利延最大剪切应力面扩展
- ◆ 步 I(晶核 & 早期生长) 剪切面是闭合.剪切应力/应变控制裂纹扩展率.
- ◆ 步 II裂纹增长沿着垂直最大主应力方向.最大主应力/应变主导裂纹增长率.

多轴疲劳理论 (CONT.)

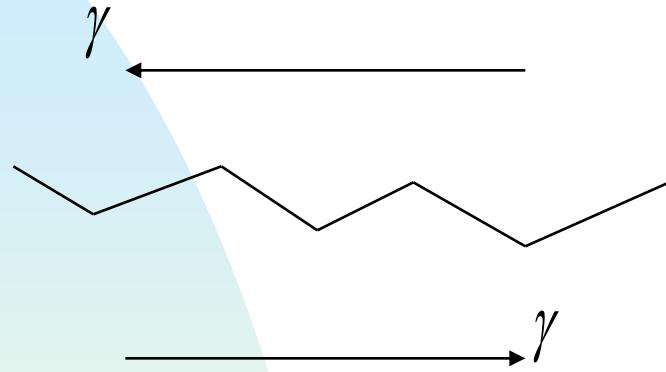
- 在阶段1,阶段2寿命比例依赖下面情况:
 - ◆ 载荷模式和幅值 Loading Mode and Amplitude
 - ◆ 材料类型(柔性 Vs 脆性)
- 初始裂纹寿命时间用来显示工程裂纹尺寸,包阶段1,阶段.
- 阶段 1或者阶段2 可能控制寿命.在单轴情况,
- 控制参数在这两个阶段是直接的
- 涉及到单轴应力或者应变,但是在多轴工况不是如此 related to the.

多轴疲劳理论 (CONT.)

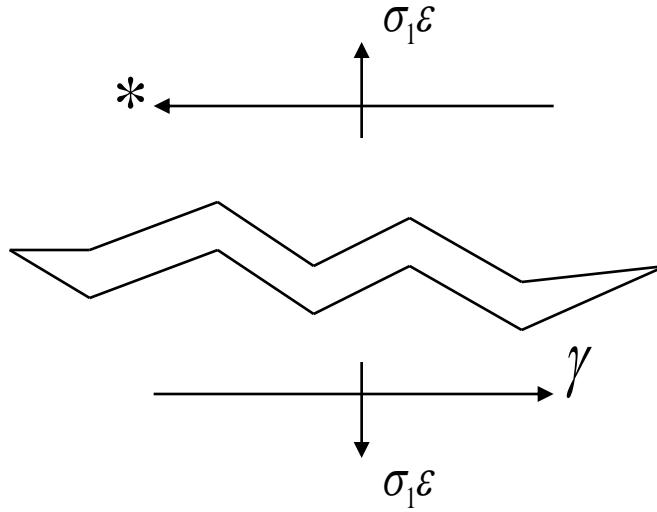
- 对于非比例加载,临界面随时间变化.
- 裂纹在一个特别的平面增长可能阻碍裂纹在不同平面的增长步骤
- 多轴疲劳理论对于非比例加载,一定尝试去在更大或者更小的范围组合以上的资料,才有更多机会在现实中成功.

MSC.FATIGUE 多轴分析

(a) 扭转



(b) 受拉



- 剪切应变在最大剪平面将扩大疲劳裂纹
 - ◆ 在其它事情上,扩展过程将受到两个裂纹面之间摩擦阻挡
- 工况b使得裂纹面分开由于法向应变,这样排除摩擦了.接下来裂纹头部承受所以剪切载荷.因此这个工况有更多损伤.

MSC.FATIGUE 多轴分析

■ 临界面法:

- ◆ (识别损伤(裂纹)的方向)考虑在特别面的损伤累计
- ◆ 考虑典型损伤在所以可能的面必然说15度一个间隔和临界面被选中.
- ◆ 在Brown-Miller方法中使用变量:

$$\frac{\Delta\gamma}{2} + \Delta\Sigma n = C$$

- ◆ 等效疲劳寿命产生于材料常数,C的等效值Equivalent fatigue life results for equivalent values of the material constant, C

MSC.FATIGUE 多轴分析

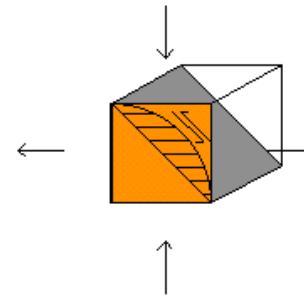
- 四平面法:
 - ◆ 法向应变
 - ◆ Smith-Watson-Topper-Bannantine
 - ◆ 剪切应变
 - ◆ Fatemi-Socie
- 两个复杂的雨流计数法:
 - ◆ Wang-Brown
 - ◆ 带平均应力修正的Wang-Brown
- Dang-Van 全寿命安全系数法

法向应变法

一个临界面法

- ◆ 在18个面计算法向应变时间历程和损伤,疲劳结果报告最坏的面
- ◆ 疲劳损伤基于法向应变
- ◆ 无平均应力修正

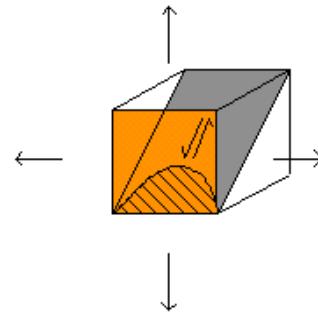
用类型A 裂纹:



剪切应变法

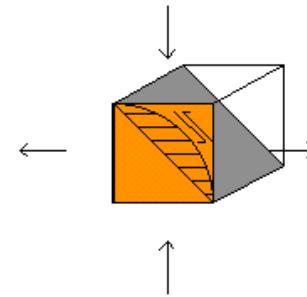
- 一个临界面法
 - ◆ 在36个面计算剪切应变时间历程和损伤,疲劳结果报告最坏的面
 - ◆ 疲劳损伤基于剪切应变
 - ◆ 无平均应力修正

- 使用类型B 裂纹:



SMITH-TOPPER-WATSON-BANNANTINE 方法

- 一个临界面法
 - ◆ 在18个面计算法向应变时间历程和损伤,疲劳结果报告最坏的面
 - ◆ 疲劳损伤基于法向应变
 - ◆ 使用基于最大法向应力的平均应力修正
- 使用类型 A 裂纹

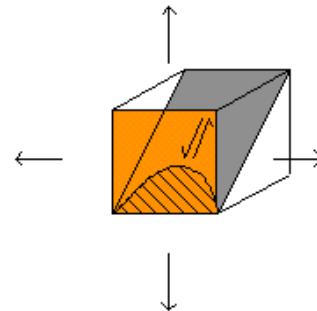


FATEMI-SOCIE 方法

■ 一个临界面法

- ◆ 在36个面计算剪切应变时间历程和损伤,疲劳结果报告最坏的面
- ◆ 疲劳损伤基于剪切应变
- ◆ 使用基于最大法向应力的平均应力修正
- ◆ 使用材料常数 'n'

■ 使用类型B裂纹



临界面损伤模型

- 法向应变

$$\frac{\Delta \varepsilon_n}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

- SWT - Bannantine

$$\frac{\Delta \varepsilon_n}{2} \cdot \sigma_{n,\max} = \frac{{\sigma'_f}^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}$$

- 剪切应变

$$\frac{\Delta \gamma}{2} = \frac{(1+\nu_e)\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1+\nu_p)\varepsilon'_f (2N_f)^c$$

- Fatemi-Socie

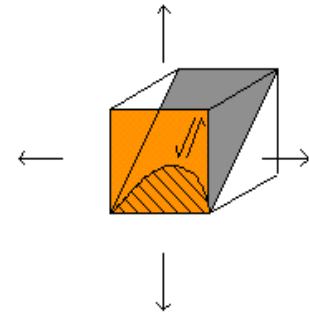
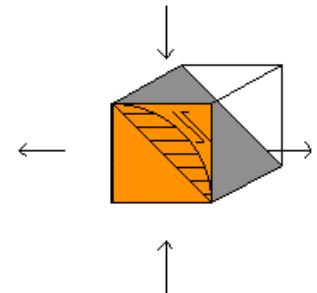
$$\begin{aligned} \frac{\Delta \gamma}{2} \left(1 + n \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y} \right) &= \frac{(1+\nu_e)}{E} \sigma'_f (2N_f)^b + \frac{n(1+\nu_e){\sigma'_f}^2}{2E\sigma_y} (2N_f)^{2b} \\ &\quad + (1+\nu_p)\varepsilon'_f (2N_f)^c + \frac{n(1+\nu_p)\varepsilon'_f \sigma'_f}{2\sigma_y} (2N_f)^{b+c} \end{aligned}$$

WANG-BROWN 方法

- 一个复杂的第归多轴雨流计数法
- 平均应力修正是允许的
- 对于长时间历程载荷可能相当慢
- 推荐用于比例和非比例加载

WANG-BROWN 方法

- 对于每一个雨流计算不同的临界面
- 无论是工况A或者B 对于每一雨流循环损伤在临界面上计算(也就是最大剪切面)
- 用法向应变范围,最大剪切应变
- 材料常数 ‘S’

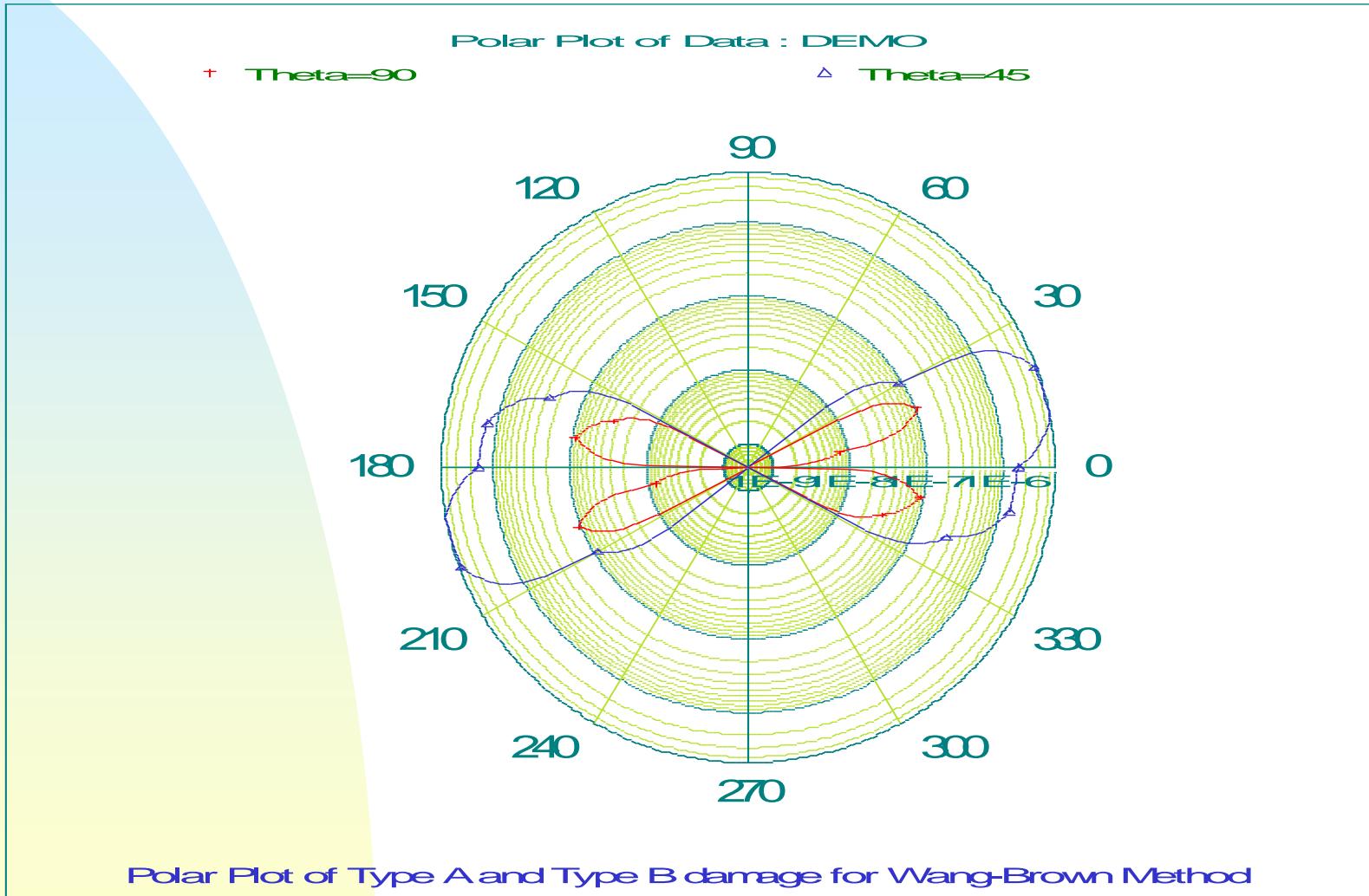


WANG-BROWN 方法

用平均法,向应力的平均应力修正

$$\hat{\varepsilon} \equiv \frac{\gamma_{\max} + S \cdot \delta \varepsilon_n}{1 + \nu' + S(1 - \nu')} = \frac{\sigma'_f - 2 \cdot \sigma_{n,mean}}{E} \left(2N_f\right)^b + \varepsilon'_f \left(2N_f\right)^c$$

典型极坐标损伤图



多轴寿命计算方法： 非比例加载

例子: 关节, 11章 (QSG)

在节点 1045:

Max Stress Range = 508 Mpa

Mean Biaxiality Ratio: -0.6

Biaxiality S.D. = 0.18

Most Popular Angle = -64 deg

Angle Spread = 90 deg

I. Multiaxial Method	Life (Repeats)
Normal Strain	106,000
SWT-Brannantine	316,000
Shear Strain	18,500
Fatemi-Socie	27,000
Wang-Brown	30,500
Wang-Brown + Mean	26,000
II. Equivalent Strain Method	
Abs. Max. Principal Strain	97,300

多轴寿命计算： 90 度相位差加载

Material: Manten

Axial Stress, $S_x = 25,000$ psi

Shear Stress, $S_{xy} = 14,434$ psi

I. Multiaxial Method	Life (Cycles)
Normal Strain	4.12E+07
SWT-Brannantine	2.80E+04
Shear Strain	1.41E+05
Fatemi-Socie	1.70E+05
Wang-Brown	6.63E+06
Wang-Brown + Mean	8.55E+05
II. Equivalent Strain Method	
Abs. Max. Principal Strain	2.88E+07
Signed Von Mises Strain	2.88E+07
Signed Tresca Strain	8.41E+06

DANG-VAN 方法

- 对于无限寿命的高周疲劳应用
- 计算设计的安全系数
- 用S-N全寿命方法
- 理想应用:轴承设计,振动引起的疲劳

DANG VAN 准则

- Dang Van准则是一个极限寿命准则
- 它基于微观级的塑性导致震荡
- 在震荡以后,最重要的疲劳因素是微观剪切应力的大小和静水压力的大小
- 这个方法有一个评估微观残余应力的途径

DANG VAN 准则

疲劳损伤发生,如果:

$$\tau(t) + a \cdot ph(t) - b \geq 0$$

这里 $\tau(t)$ 和 $ph(t)$ 是在 t 时刻稳态的最大微观剪切应力和静水应力,可以从下面公式计算:

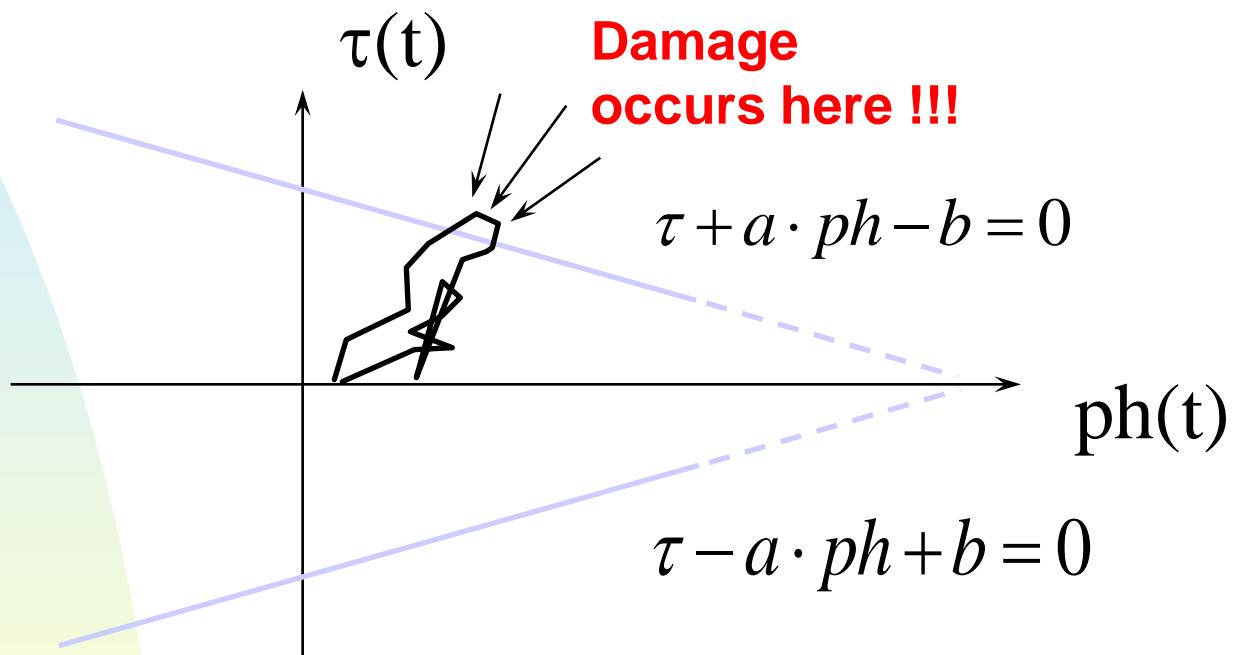
$$\tau(t) = \frac{1}{2} \text{Tresca} \left\{ S_{ij}(t) + \text{dev} \rho_{ij}^* \right\} \quad ph(t) = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})(t)$$

“ a ” 和 “ b ” 是材料属性

DANG VAN 准则

- 参数 “b”在极限疲劳位置的剪切应力
- 参数“a”对静水应力敏感起作用,平均应力由静水应力表述
- $\text{dev } \rho_{ij}^*$ 是稳态残余应力的偏分量

DANG-VAN 图



稳态残余应力:

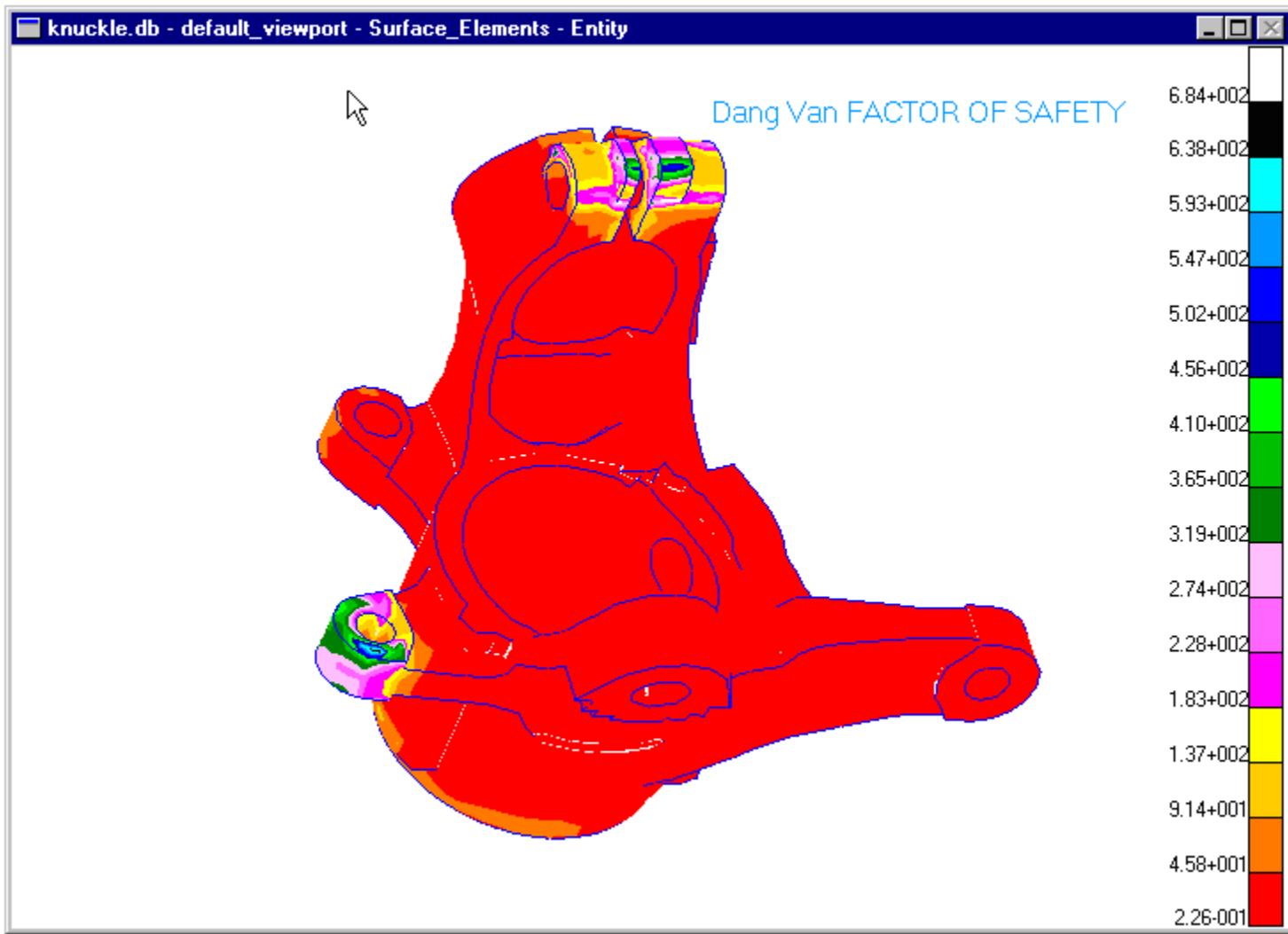
$$\rho^* \left(\operatorname{dev} \rho_{ij}^* \right)$$

- 稳态残余应力的计算是通过一个迭代方法,这里收敛假定一个弹性震荡的稳态
- 当加载序列被再三重复,屈服面的增长和移动是以组合运动和各相同性强化,直到稳定
- 稳定屈服面是一个包围着载荷历程的9维球面

DANG-VAN 准则概要

- 是一个高周疲劳准则(无限寿命)
- 可以处理3维载荷
- 可以处理多轴载荷
- 它构造基于微观级的:小的尺度或者一些晶粒
- 可以确定初始裂纹方向

DANG VAN 安全系数图



方法总结

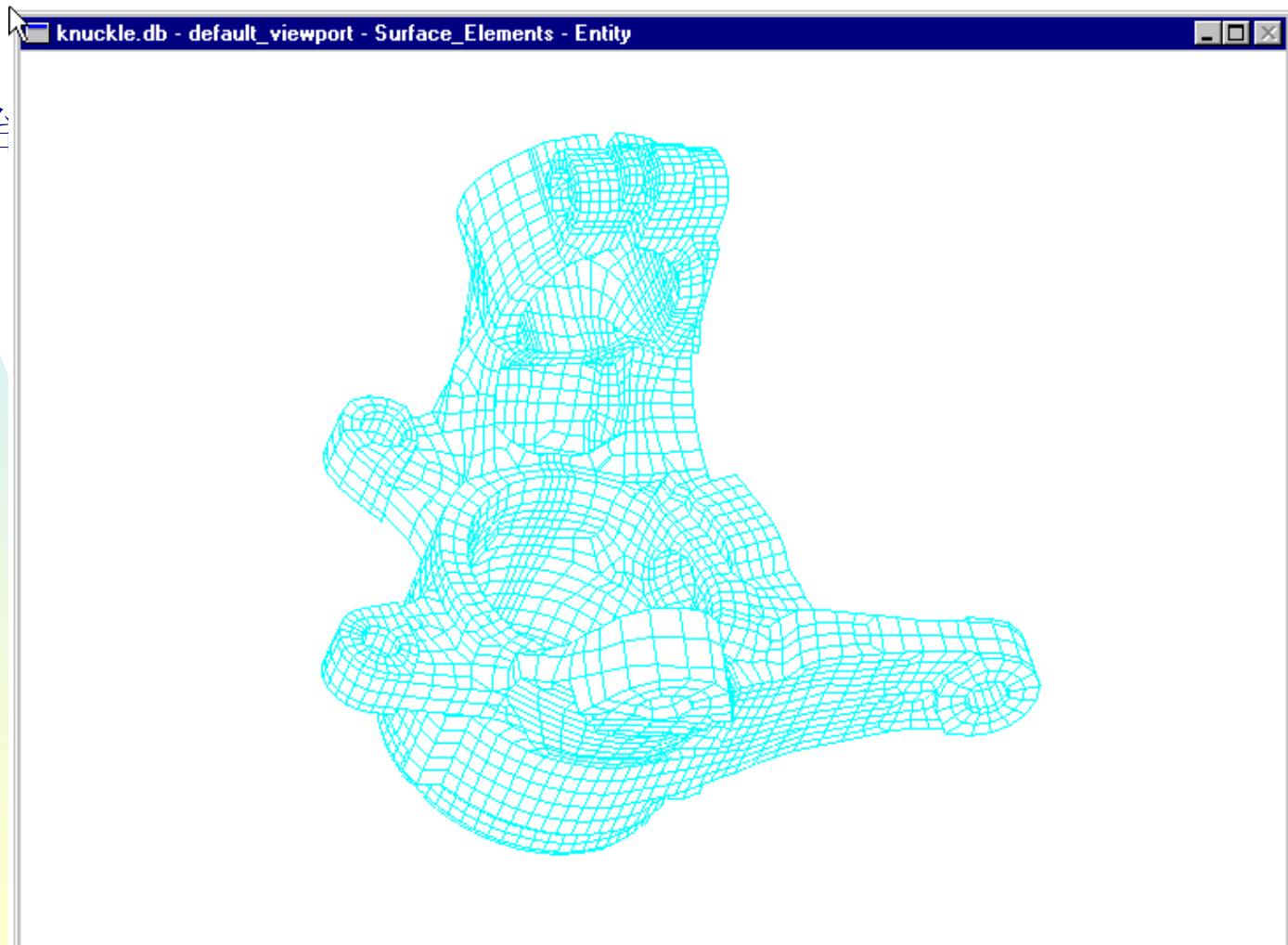
- 假定单轴和发现临界位置
- 通过在临界位置检测双轴比和主轴角来评估多轴
- 如果角度是常数和常数 $\alpha_e < 0$, 使用Hoffman-Seege (或者参数修正)双轴修正和abs max principal
- 如果角度是常数和常数 $\alpha_e > 0$, 使用Hoffman-Seege 双轴修正和signed Tresca
- 如果角度随时间变化比较大, 需要用多轴
- 如果 α_e 随时间变化比较大, 需要用多轴

一个多轴评估

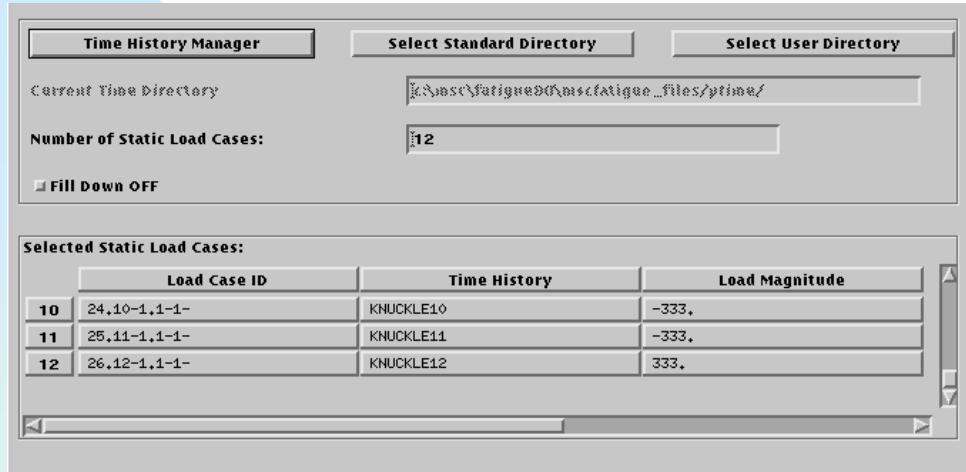
做一个关节的初始
裂纹分析.

12个载荷输入

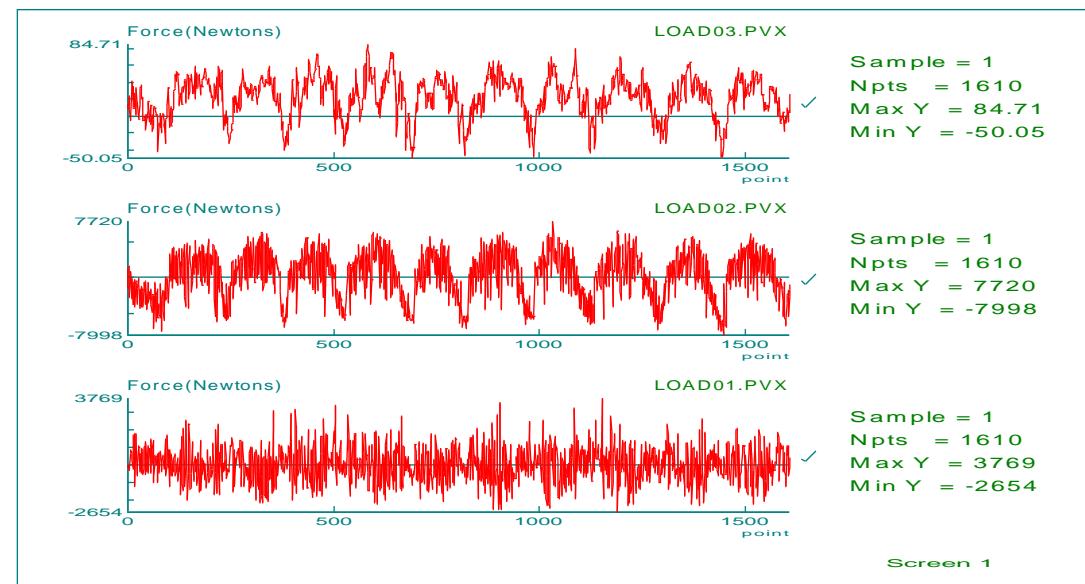
评估多轴



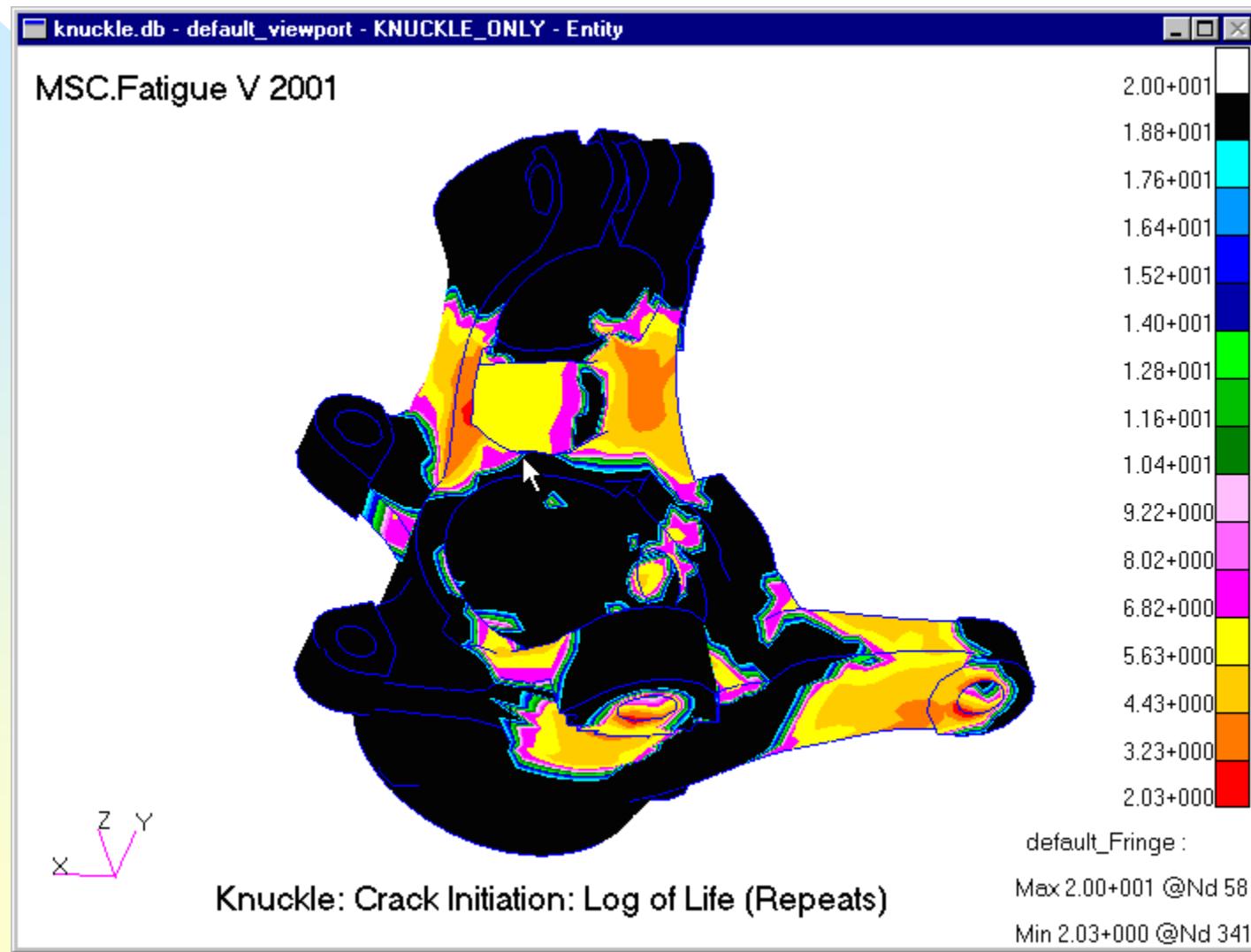
载荷信息设置



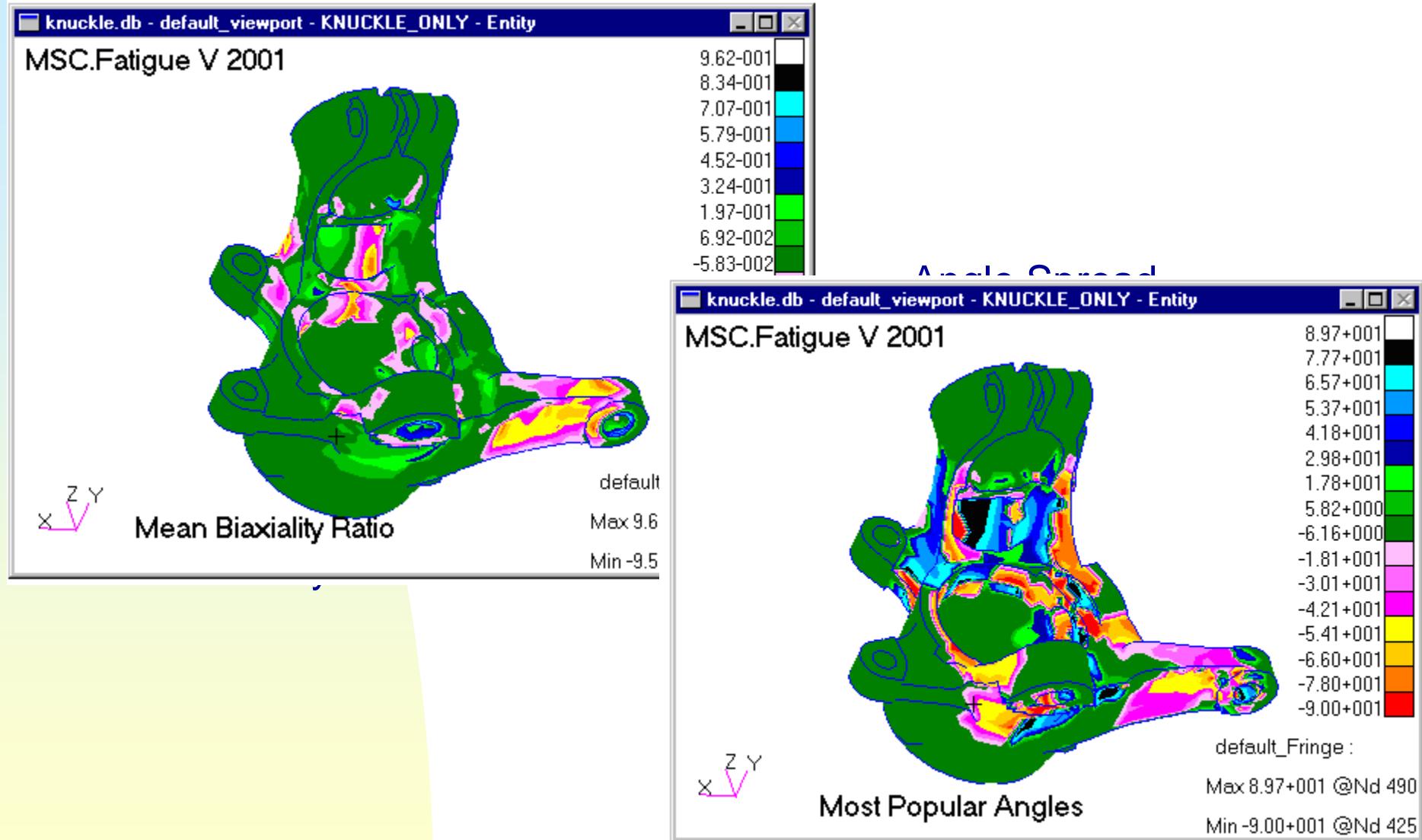
12 载荷关联12个FE
结果



对数表达寿命云图 (以重复次数为单位)



多轴指示例子



练习

■ 做快速开始手册第10章,多轴评估

第一部分: 10.1 节到10.4节,你来评估是否是多轴应力状态,

第二部分: 10.5节,你将计算,对比寿命评估在一个位置用多轴方法.